

Bundesgymnasium und Bundesrealgymnasium
Waidhofen an der Thaya

Die Feynman-Diagramme in der
Quantenelektrodynamik

Fachbereichsarbeit aus Physik

Dinyar Rabady

Februar 2005

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	iii
1 Die Entwicklung der Elektrodynamik	1
1.1 Das klassische Feldmodell	1
1.1.1 Elektrizität und Magnetismus	2
1.1.2 Die Theorie der Elektrodynamik	3
1.1.3 Die Maxwell-Gleichungen	4
1.2 Quantenphysik	6
1.2.1 Die Geburt der Quantenphysik	6
1.2.2 Quantenfeldtheorie	11
1.2.3 Feynman und seine Theorie der Quantenelektrodynamik	22
2 Die Feynman-Diagramme	26
2.1 Quantenelektrodynamik	33
2.1.1 Møller-Streuung ($e^- - e^-$ Streuung)	37
2.1.2 Bhabha-Streuung ($e^- - e^+$ -Streuung)	38
2.1.3 $e^- - e^+$ -Annihilation (Paarvernichtung)	39
2.1.4 Der Photoeffekt	40
2.1.5 Der Compton-Effekt	41
2.1.6 Lambsche Verschiebung	44

<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	ii
2.1.7 Anomales magnetisches Moment	45
Schlussbemerkungen	47
A Teilchenarten	48

Einleitung

Als ich in der fünften Klasse durch Mitschüler aus höheren Klassen von der Möglichkeit eine Fachbereichsarbeit zu schreiben erfuhr, war ich mir sofort sicher, dass ich dies entweder in Physik, oder Informatik tun wollte, da mir die Aussicht auf weitgehend eigenständiges Arbeiten und vor allen Dingen auf das eigenständige Erarbeiten von Information sehr gefiel.

Zunächst tendierte ich sehr in Richtung Informatik, da mir zu der Zeit der Gegenstand mehr zusagte und auch meiner Meinung nach eine größere Herausforderung bot, doch nachdem ich durch Professor Binder und einen guten Freund von mir auf Richard Feynman gestoßen war und später auch „QED – The Strange Theory of Light and Matter“ gelesen hatte, revidierte ich meinen schon fast sicheren Entschluss und informierte Professor Binder, dass mir vorschwebte eine Fachbereichsarbeit über die Quantenelektrodynamik zu schreiben. Nach einigen Wochen stand der Titel „Die Feynman-Diagramme in der Quantenelektrodynamik“ fest und ich kaufte die erste Literatur zu diesem Thema.

Bald wurde mir klar, dass es sehr schwierig wäre einen Laien mit begrenztem physikalischem Fachwissen direkt in die Quantenelektrodynamik zu stoßen, da doch zumindest eine grundlegende Kenntnis der Quantenmechanik und der Quantenfeldtheorie von Nöten wäre, um die Feynman-Diagramme richtig interpretieren zu können.

Ich habe also versucht im ersten Teil dieser Arbeit die Entwicklung der Elektrodynamik mit einem besonderen Schwerpunkt auf die Quantenmechanik und die Quantenfeldtheorien darzustellen. Das zweite Kapitel ist zur Gänze den Feynman-Diagrammen in der Quantenelektrodynamik gewidmet.

Das Ergebnis meiner Überlegungen liegt hier vor.

Dinyar Rabaday, Februar 2005

Kapitel 1

Die Entwicklung der Elektrodynamik

1.1 Das klassische Feldmodell

Auf den folgenden Seiten möchte ich einen kleinen Überblick über die wichtigsten Entdeckungen und Erfindungen auf dem Gebiet der Elektrizität und des Magnetismus geben, weil ich denke, dass dies für die weiteren Betrachtungen dieses Themas sehr nützlich sein wird.

Trotzdem werde ich versuchen den Teil über die Entwicklungen vor der Entdeckung des Zusammenhangs zwischen Magnetismus und Elektrizität möglichst kurz zu halten, da diese für die vorliegende Arbeit nicht relevant sind. Vielmehr möchte ich die von Faraday und Maxwell initiierten Entwicklungen auf dem Gebiet der Elektrodynamik, die beträchtlich zur Entwicklung unserer modernen Physik beigetragen haben, behandeln. Aus diesem Grund findet sich in diesem Abschnitt nur eine kurze Behandlung der Entwicklungen vor Maxwell, gefolgt von einer Beschreibung der berühmten von ihm aufgestellten Gleichungen. Der Hauptteil soll der Quantenmechanik gewid-

met sein, die im nachfolgenden Abschnitt behandelt wird.

1.1.1 Elektrizität und Magnetismus

Magnetismus

Schon im alten Ägypten waren magnetische Kräfte bekannt und im China des ersten Jahrhunderts n. Chr. wurden Kompassnadeln zur Navigation eingesetzt, die in Europa erst um 1200 benutzt wurden. Obwohl Magnetismus schon so früh bekannt war, gab es bis auf die Kompassnadel lange Zeit fast keine Anwendung für diese Kraft.

Magnetismus war immer schon Anlass für viel Aberglaube: im 19. Jahrhundert vermutete man, dass es möglich wäre von Eisenschwertern verwundete Soldaten mit Magneten zu heilen und selbst in unserer „aufgeklärten“ Zeit üben „magnetische Wellen“ eine eigenartige Faszination auf die Menschen aus, die zu Spekulationen über etwaige magische Wirkungen eben dieser führt.

Elektrizität

Während Elektrostatik bereits 600 v. Chr. bei der Reibung von Bernstein an Tierfellen beobachtet worden war, wurden erst um 1600 erste Theorien zur Elektrizität vom englischen Arzt und Physiker Gillbert aufgestellt. Dieser verwendete auch als erster das Wort „elektrisch“, das sich von dem griechischen Wort „elektron“ für Bernstein ableitet.

Es folgen eine Reihe von Erfindungen und Erkenntnissen, die maßgeblich zur Entwicklung der Industrie beitragen sollen, wie zum Beispiel die Entdeckung von Charles François de Cisternay Du Fay im Jahre 1733, dass es zwei Arten von Ladung gibt, der Kondensator in Form der „Leidener Fla-

sche“, der 1745 von Pieter van Musschenbroek und Ewald Georg von Kleist unabhängig voneinander entdeckt wurde, der von Benjamin Franklin 1752 erfundene Blitzableiter und das nach seinem Entdecker, Charles Augustin de Coulomb benannte Coulomb’sche Gesetz im Jahre 1777.

1.1.2 Die Theorie der Elektrodynamik

Ørsted und Ampère – Begründer der modernen Elektrodynamik

Im Jahr 1820 bemerkte der dänische Physiker Christian Ørsted, dass eine Magnetnadel im näheren Bereich eines stromdurchflossenen Leiters abgelenkt wird. André Marie Ampère erkannte im selben Jahr – angespornt durch Ørsteds Versuche – dass Magnetismus und Elektrizität eng miteinander verknüpft sind und postulierte, dass sich innerhalb eines Ferromagneten¹ kleine geschlossene Stromkreise, die nach ihm Ampère’sche Kreisströme genannt werden, befinden müssten. Außerdem formulierte er das Ampère’sche Gesetz. Dieses besagt, dass sich zwei stromdurchflossene Leiter abstoßen, wenn ihre Stromrichtungen entgegengesetzt sind und sich anziehen, wenn diese gleich sind.

Heute gilt Ampère als Begründer der Elektrodynamik und die Einheit der Stromstärke ist nach ihm benannt.

Faradays Feldtheorie

Die Umkehrung des Versuches von Ørsted gelang 1831 dem englischen Physiker Michael Faraday. Er entdeckte die elektromagnetische Induktion, die die Grundlage von elektrischen Generatoren bildet. Außerdem zeigte Faraday, dass die Ladung nur an der Außenseite eines geladenen Leiters konzentriert

¹Ein Ferromagnet ist ein Festkörper, dessen elementare, magnetische Momente eine parallele Ordnung aufweisen.

ist – sie hat keinen Einfluss auf Objekte, die sich im Inneren eines von diesem Leiter umschlossenen Raumes befindet. Dies ist Grundlage des Faraday'schen Käfigs.

Um die Verknüpfung von Elektrizität und Magnetismus zu erklären postulierte Faraday Felder, die die beiden Wechselwirkungen vermitteln könnten.

Maxwell

Während Faraday elektrische und magnetische Felder nur als Gedankenmodell verwendete, konnte Maxwell diese Vorstellung in eine streng mathematische Form bringen.

Schon ein Jahr nachdem er in Cambridge sein Studium abgeschlossen hatte, legte er mit „On Faraday's lines of force“ die erste Arbeit vor, die auf seine Maxwell Gleichungen abzielte.

Im Jahre 1862 konnte er seine Arbeit an der Elektrodynamik im „*Philosophical Magazine*“ unter dem Titel „On Physical Lines of Force“ in Form der Maxwell Gleichungen vervollständigen, womit er die Feldphysik begründete.

1.1.3 Die Maxwell-Gleichungen

Die Maxwell-Gleichungen beschreiben die Ursache, Wirkung, Wechselwirkung und zeitliche Abhängigkeit elektrischer und magnetischer Felder.

In der differentiellen Schreibweise sind die Auswirkungen der Gleichungen besonders gut sichtbar.

Die erste Gleichung,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1.1)$$

entspricht dem Gauß'schen Gesetz und besagt, dass das \vec{E} -Feld (elektrische Feld) ein Quellenfeld ist, dessen Quelle bzw. Senke die Raumladungsdichte ρ

ist. Genauer besagt es, dass der Fluss von \vec{E} durch eine geschlossene Oberfläche gleich der Raumladungsdichte im Inneren geteilt durch eine Konstante ist, außerdem ist dieser Fluss der Raumladungsdichte im Inneren proportional.

Das zweite Gesetz,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.2)$$

beschreibt die elektromagnetische Induktion, die schon von Faraday entdeckt wurde. In der differentiellen Form erkennt man deutlich, dass die Rotation des \vec{E} -Feldes, die durch $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ angegeben wird, von der Änderung des \vec{B} -Feldes abhängt. Schreibt man diese Gleichung allerdings in Integralform um, kann man daraus leicht ableiten, dass die Rotation des \vec{E} -Feldes auch von der Bewegung des Stromkreises in Relation zu dem \vec{B} -Feld abhängt.

Analog zu Gleichung 1.1 ist das dritte Maxwell'sche Gesetz

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.3)$$

das besagt, dass der magnetische Fluss durch eine geschlossene Oberfläche immer gleich null ist. Daraus folgt, dass es keine magnetischen Ladungen gibt und magnetische Feldlinien immer geschlossen sein müssen.

Das vierte Gesetz,

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1.4)$$

ist als Ampères Gesetz bekannt. Man kann es als „zweiteilig“ sehen: Stationäre Ströme haben kein sich änderndes \vec{E} -Feld und daher wird für diese Ströme der zweite Teil des Terms gleich Null und damit aus Gleichung 1.4:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (1.5)$$

was schon vor Maxwell bekannt war. Allerdings zeigt Maxwell, dass bei der Bildung der Divergenz der Gleichung 1.5 die linke Seite gleich Null wird, da die Divergenz der Rotation eines Vektorfeldes identisch Null ist. Das bedeutet aber, dass auch die Divergenz von \vec{j} Null ist. Sollte dies der Fall sein, wäre der gesamte aus einer geschlossenen Oberfläche fließende Strom gleich Null. Die Stromdichte \vec{j} kann durch die Gleichung

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{1.6}$$

definiert werden, die ausdrückt, dass elektrische Ladung erhalten bleibt, also dass jeder Fluss von Ladung aus einer Quelle kommen muss. Maxwell griff nun um dieses Problem zu verhindern zu einem Kunstgriff und fügte einfach auf der rechten Seite den Term $\partial \vec{E} / \partial t$ ein um Gleichung 1.4 zu erhalten.[4]

Maxwells Leistung war es die vierte Gleichung zu vervollständigen und zu erkennen, dass man aus dieser und aus 1.2 unmittelbar elektromagnetische Wellen herleiten konnte. Man erhält für deren Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu_r \epsilon_0 \epsilon_r}} \tag{1.7}$$

Im Vakuum gilt nun $\mu_r = 1$ und $\epsilon_r = 1$, weshalb man Gleichung 1.7 als

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 299.792.458 \text{m/s} \tag{1.8}$$

schreiben kann und damit die Vakuumlichtgeschwindigkeit erhält.

1.2 Quantenphysik

1.2.1 Die Geburt der Quantenphysik

Im ausgehenden 19. Jahrhundert begannen sich zunehmend Probleme mit der klassischen Theorie der Elektrodynamik aufzutun. Der neu entdeckte Photoeffekt konnte mit den klassischen Theorien nicht mehr erklärt werden:

Bestrahlt man eine negativ geladene Zink-Platte mit elektromagnetischer Strahlung, lösen sich von der Platte Elektronen. Dieses Faktum alleine konnte noch mit der Wellentheorie des Lichtes erklärt werden – die elektromagnetischen Wellen bringen die Elektronen zum „Schwingen“ und sobald diese genügend kinetische Energie besitzen um die Zink-Platte zu verlassen, werden sie aus dieser emittiert. Allerdings ergaben Messungen, dass die *Anzahl* der emittierten Elektronen von der Intensität der Strahlung abhängt, während deren *kinetische Energie* nur von der Frequenz der Strahlung abhing. Erst Albert Einstein konnte 1905 mit der berühmten Formel

$$E = hf = \hbar\omega \quad (1.9)$$

zeigen, dass eine Beschreibung von Licht als Teilchen diesen Effekt erklären kann. Die Konstante $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$ ist das Plancksche Wirkungsquantum und $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ eine für quantenmechanische Berechnungen genormte Größe. Formel 1.9 wird oft als die erste Quantisierung von Energie missverstanden, was sie aber nicht ist. Sie beschreibt lediglich eine Teilcheneigenschaft – die Energie – des Lichtes.

Dieser Sichtweise widersprachen jedoch etliche Eigenschaften des Lichtes. So war es schwierig die Beugung, oder die Interferenz, die Lichtwellen zeigten mit dem Teilchenbild zu erklären. Es steht jedoch inzwischen außer Frage, dass Licht unter gewissen Umständen Teilchen- und nicht Wellencharakter besitzt.

Die Schrödinger-Gleichung

Trotz intensivster Bemühungen der Physiker ein klassisches Bild dieser Vorgänge zu finden, war es nicht möglich das Verhalten der Lichtteilchen, die Photonen genannt werden, auf eine Weise zu erklären, die die damaligen Physiker

zufrieden stellte.

Erst Erwin Schrödinger konnte 1926 mit seiner berühmten Schrödinger-Gleichung

$$E\psi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(x) + V(x)\psi(x) \quad (1.10)$$

eine Beschreibung für den Zustand eines unbeobachteten Quantenzustands liefern. Gleichung 1.10 beschreibt hier ein einzelnes Teilchen im Potential V , dessen Zustand durch die Wellenfunktion ψ beschrieben wird.

Diese Gleichung erhält man, wenn man in der klassischen Energiegleichung

$$E = \frac{p^2}{2m} + V(x) \quad (1.11)$$

den Impuls durch den Operator

$$p \rightarrow i\hbar\nabla \quad (1.12)$$

ersetzt.

Anschließend werden beide Seiten des Terms mit der Wellenfunktion $\psi(x)$ multipliziert. Der Term $-\left(\hbar^2/2m\right)\Delta + V(x)$ wird als Hamiltonoperator bezeichnet und mit \hat{H} abgekürzt, womit Gleichung 1.10 als

$$E\psi(x) = \hat{H}\psi(x) \quad (1.13)$$

geschrieben werden kann. Aus diesem Grund wird der Hamiltonoperator oft auch Energieoperator genannt.

Aus dieser Gleichung ergibt sich, wenn man sie für ein System von zwei identischen Teilchen anwendet, automatisch das Pauli-Prinzip. Man kann dies anhand eines Mehrteilchen-Systems sehr gut zeigen, doch eine ausführliche Behandlung würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen, kann jedoch in [18] auf Seite 101 ff. nachgelesen werden. Hier sei nur erwähnt, dass sich die Wahrscheinlichkeitsamplituden von Fermionen mit gleichen Quantenzahlen,

wie auch für Fermionen mit gleicher Aufenthaltswahrscheinlichkeit auslöschen. Das bedeutet, dass man nie zwei Fermionen am gleichen Ort, oder mit exakt gleichen Quantenzahlen in einem System beobachten kann.

Die Klein-Gordon- und Dirac-Gleichung

Obwohl die Wellenmechanik zusammen mit Werner Heisenbergs Matrizenmechanik, die nur eine andere mathematische Darstellung des selben physikalischen Sachverhalts war, einen gewaltigen Durchbruch darstellte, war die Gleichung erstens nicht relativistisch und zweitens konnten mit ihr nur für das Wasserstoffatom exakte Ergebnisse berechnet werden – schon für das H_2^+ -Ion ist eine exakte Lösung nicht mehr möglich.

Um das erste Problem zu lösen, war der nächste natürliche Schritt die selbe Vorgehensweise wie bei der Schrödinger-Gleichung bei dem relativistischen Energiesatz

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \tag{1.14}$$

zu wählen.

Der relativistische Energiesatz ergibt sich, wenn man den Ansatz

$$E = mc^2 \tag{1.15}$$

benutzt.

Setzt man nun für $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ ein, erhält man

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{1.16}$$

welches man zu

$$E = \sqrt{\frac{m_0^2 c^4}{1 - v^2/c^2}} \tag{1.17}$$

umformen kann. Hier kann man den Term $-m_0^2 c^2 v^2 + m_0^2 c^2 v^2$ zum Zähler addieren und anschließend zusammenfassen, womit man

$$\begin{aligned}
 E &= \sqrt{\frac{m_0^2 c^4 - m_0^2 c^2 v^2 + m_0^2 c^2 v^2}{1 - v^2/c^2}} \\
 &= \sqrt{\frac{m_0^2 c^4 (1 - v^2/c^2) + m_0^2 c^2 v^2}{1 - v^2/c^2}} \\
 &= \sqrt{m_0^2 c^4 + \frac{m_0^2 c^2 v^2}{1 - v^2/c^2}} \\
 &= \sqrt{m_0^2 c^4 + c^2 \frac{m_0^2 v^2}{1 - v^2/c^2}}
 \end{aligned}$$

erhält. Da $\frac{m_0^2 v^2}{1 - v^2/c^2} = p^2$ kann man nun

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + c^2 p^2} \quad (1.18)$$

oder

$$E^2 = m_0^2 c^4 + c^2 p^2 \quad (1.19)$$

schreiben. [87]

Das erste Mal wurde das Ersetzen des Impulses mit der Klein-Gordon-Gleichung

$$E\psi(x) = m_0^2 c^4 - \hbar^2 \Delta \psi(x) c^2 \quad (1.20)$$

versucht. Wieder wurde für den Impuls der Term 1.12 eingesetzt und auf $\psi(x)$ angewendet. Die Gleichung gilt nur für Teilchen mit Spin 0, wie zum Beispiel manche Mesonen und das Photon. Eine Lösung für Teilchen mit Spin 1/2 fand 1928 Paul Dirac mit der nach ihm benannten Dirac-Gleichung. Diese Gleichung sagte jedoch sowohl eine positive, als auch eine negative Energie für das Elektron vorher, da der Ausgangspunkt eine quadratische Gleichung war. Dirac ließ nun die zweite Gleichung nicht außer Acht und

formulierte seine „Loch-Theorie“, die Teilchen beinhaltet, die sich exakt wie positiv geladene Elektronen verhalten. Seine Vermutung bestätigte sich 1932 mit der Beobachtung des Positrons durch Charles David Anderson.[68]

Schon zu dieser Zeit häuften sich die Rufe nach einer Quantenfeldtheorie und 1929 begann Dirac an seiner Quantenfeldtheorie der Elektrodynamik zu arbeiten, die allerdings erst Richard Feynman vollständig formulieren sollte.

1.2.2 Quantenfeldtheorie

Quantenfeldtheorien beschreiben die Wechselwirkung von Elementarteilchen. Es werden hier klassische Feldtheorien mit der Quantenmechanik kombiniert. Wenn eine Quantenfeldtheorie die Relativitätstheorie berücksichtigt, spricht man von einer relativistischen Quantenfeldtheorie. Dies ist bei allen derzeit bestehenden Quantenfeldtheorien der Fall.

Die Vermittler zwischen zwei Elementarteilchen sind Bosonen. Dies ist deshalb wichtig, weil Bosonen immer einen ganzzahligen Spin besitzen und die Schrödingergleichung erlaubt, dass mehrere Bosonen gleichzeitig die selben Quantenzustände annehmen.

Eine Quantenfeldtheorie geht über die relativistische Quantentheorie hinaus, weil sie nicht nur Impuls und Energie quantisiert, sondern auch das Feld selbst. Dies wird auch „zweite Quantisierung“ genannt.

Derzeit gibt es im Standardmodell der Teilchenphysik² vier bis jetzt unvereinbare Wechselwirkungen. Drei davon konnten in Quantenfeldtheorien beschrieben werden.

²Dies stellt den derzeitigen Stand der Forschung dar und enthält alle postulierten Elementarteilchen und Wechselwirkungen.

Die Quantenelektrodynamik beschreibt die Wechselwirkung elektrisch geladener Teilchen. Das Austauscheteilchen dieser Kraft ist das Photon. Da es keine Masse besitzt, hat es eine theoretisch unendlich große Reichweite. Die Quantenelektrodynamik wird in Abschnitt 1.2.3 genauer behandelt werden.

Die elektroschwache Wechselwirkung Die elektroschwache Wechselwirkung vereint die elektromagnetische mit der schwachen Wechselwirkung, sie wurde im Jahr 1967 von Sheldon Lee Glashow, Abdus Salam und Steven Weinberg theoretisch beschrieben und 16 Jahre danach, mit der Entdeckung der drei fehlenden Austauscheteilchen experimentell bestätigt.

Die Entdeckung der *schwachen* Wechselwirkung ist auf ihren bekanntesten Prozess, den Beta-Zerfall zurückzuführen.

Der Beta-Zerfall wurde 1896 erstmals von Henri Becquerel beobachtet, als ionisierende Strahlung von Uransulfat eine Photoplatte schwärzte. Dies geschieht, indem im Urankern ein Neutron in ein Proton zerfällt und ein Elektron emittiert. Auffallend an diesem Prozess war die lange Halbwertszeit von 18 Minuten, die eine Beteiligung der starken Wechselwirkung nahezu ausschloss, weil für diese Reaktionen eine Lebensdauer der Teilchen in der Größenordnung von 10^{-23} Sekunden typisch sind.

Da das Neutron elektrisch neutral ist, war auch eine Beteiligung der elektromagnetischen Kraft höchst unwahrscheinlich. Erst 1930 wurde bekannt, welche Teilchen am Beta-Zerfall beteiligt sind. Zunächst war klar, dass die Reaktionsgleichung



lauten musste, doch es taten sich verschiedene Probleme auf. Da Proton und Elektron zusammen etwas leichter, als das Neutron sind, wurde zunächst mit der berühmten Formel $E = mc^2$ argumentiert, dass Energie und Masse äqui-

valent sind und sich die fehlende Masse in der kinetischen Energie des Elektrons finden müsste. Doch als man diese experimentell maß, stellte sich heraus, dass sie schwankte und die Elektronen jede mögliche Energie – von dem Maximalwert, bis zu Null – besaßen. Ein zweites Problem eröffnete sich mit der Erhaltung der Spins. Neutronen, Protonen und Elektronen besitzen Spin $+1/2$, damit würde Gleichung 1.21 mit eingesetzten Spin-Quantenzahlen

$$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tag{1.22}$$

lauten und damit dem Erhaltungssatz widersprechen. Die Lösung für dieses Dilemma fand 1930 Wolfgang Pauli – er postulierte ein Teilchen, das er Neutron nannte mit einer außerordentlich kleinen Masse und keiner Ladung, das ebenfalls Spin $+1/2$ besitzt. In die Reaktionsgleichung sollte auf der rechten Seite das Antineutrino eingesetzt werden, dies könnte die fehlende kinetische Energie besitzen und würde mit einem Spin von $-1/2$ dem Energieerhaltungssatz genügen. Als das „richtige“ Neutron entdeckt wurde, nannte Enrico Fermi, dieses geheimnisvolle Teilchen „Neutrino“, womit die Reaktionsgleichung des Beta-Zerfalls

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu} \tag{1.23}$$

lautet. Kurz danach wurde ein weiterer Zerfall bekannt, bei dem ein Proton in ein Neutron, ein Positron und ein Neutrino zerfällt, er wird mit der Gleichung

$$p^+ \rightarrow n + e^+ + \nu \tag{1.24}$$

dargestellt und β^+ -Zerfall genannt, während der erstere β^- -Zerfall genannt wird.

Für den Beta-Zerfall wurde offensichtlich eine neue Wechselwirkung benötigt. Diese wurde als schwache Wechselwirkung bezeichnet, da sie wesentlich schwächer

als die starke und elektromagnetische Wechselwirkung ist. Sie wirkt auf Teilchen mit einer schwachen Ladung, die mit Y abgekürzt wird.

Die schwache Wechselwirkung wird durch das Photon, die W^+ - und W^- -Vektorbosonen³, wie auch durch das Z^0 -Vektorboson vermittelt. Die beiden W -Bosonen besitzen eine Ladung von ± 1 und werden daher auch als „geladene Ströme“ bezeichnet, während „neutrale Ströme“ durch das elektrisch nicht geladene Z^0 -Boson beschrieben werden. Das Photon ist ebenfalls elektrisch neutral.

Die schwache Kraft wirkt zwischen allen Fermionen und vermittelt Umwandlungen von Quantenzahlen oder den Austausch von Impuls und Energie. In der schwachen Wechselwirkung werden Prozesse danach unterschieden, ob Quarks oder Leptonen daran beteiligt sind und welches Austauscheteilchen an der Reaktion beteiligt war (Siehe Tabelle 1.1 auf Seite 15). Außerdem gilt in der schwachen Wechselwirkung die sogenannte „crossing-Symmetrie“, das heißt, dass Teilchen auf einer Seite der Gleichung durch ihr Antiteilchen auf der anderen Seite dargestellt werden können. Zum Beispiel wäre, neben dem β^- -Zerfall

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} \tag{1.25}$$

sowohl

$$n + \nu \rightarrow p + e^- \tag{1.26}$$

als auch

$$\bar{p} \rightarrow \bar{n} + e^- + \bar{\nu} \tag{1.27}$$

denkbar.

In der schwachen Wechselwirkung werden Teilchen einer Generation zu Doubletts und zu Singulettts zusammengefasst. (Siehe Tabelle 1.2 auf Seite

³Vektorbosonen sind Bosonen mit Spin 1. Der Spin ist eine Eigenschaft der Elementarteilchen.

	W^\pm	Z^0
Quarks und Leptonen	semileptonisch geladen	semileptonisch neutral
Quarks	hadronisch geladen	hadronisch neutral
Leptonen	leptonisch geladen	leptonisch neutral

Tabelle 1.1: Unterscheidung der schwachen Wechselwirkungsprozesse.

16) Doublets sind zwei Teilchen, die sich nur in ihrer Ladung voneinander unterscheiden, aber in ihren Quantenzahlen völlig gleich sind – um diese zu unterscheiden wurde der Isospin I eingeführt.

Während das Z^0 -Boson auf alle schwach geladenen Teilchen gemäß ihrer schwachen Ladung wirkt, koppeln W^\pm -Bosonen nur an Doublets. Die Bosonen ändern dabei das „Flavour“ der wechselwirkenden Teilchen – das heißt, dass zum Beispiel aus einem Elektron ein Elektron-Neutrino wird. Dieser Vorgang ist bei den Quarks etwas komplizierter, da die CKM-Matrix hinzukommt. Diese besagt, dass Quarks nicht nur innerhalb einer Generation das Flavour ändern können, sondern mit einer sehr geringen Wahrscheinlichkeit auch außerhalb. So kann ein Elektron nur zu einem Elektron-Neutrino werden, ein u-Quark kann sich jedoch auch in ein b-Quark „verwandeln“. Die CKM-Matrix – benannt nach Nicola Cabibbo, Makoto Kobayashi und Toshihide Maskawa – beinhaltet die Wahrscheinlichkeiten, dass ein Quark sich in ein anderes Quark umwandelt. Es werden hierzu neue Zustände für Quarks eingeführt – statt den traditionellen $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$ Zuständen werden die Mischzustände $\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$ verwendet. Mischzustände bedeuten, dass der Zustand des jeweiligen Quarks nicht eindeutig festgelegt ist. Die Darstellung der Mischzustände $Y_{d'}$, $Y_{b'}$ und $Y_{s'}$ von d' , b' und s' als Kombination aus den Zuständen Y_d , Y_b und Y_s wird in der CKM-Matrix vorgenommen. Es

Doublets					
Leptonen					
Elektron	My	Tau	Q	Y	I
$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} +1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$
Quarks					
up-down	charm-strange	top-bottom	Q	Y	I
$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2/3 \\ -1/3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/3 \\ -1/3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} +1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$
Singulets					
1. Gen.	2. Gen.	3. Gen.	Q	Y	I
ν_e	ν_μ	ν_τ	0	0	0
e^-	μ^-	τ^-	-1	-2	0
u	c	t	+2/3	+4/3	0
d	s	b	-1/3	-2/3	0

Tabelle 1.2: Teilchenklassen in der schwachen Wechselwirkung. Die Teilchen sind spaltenweise ihrer Generation entsprechend geordnet, Teilchen in gleichen Zeilen besitzen die gleichen elektrischen und schwachen Ladungen, wie auch den selben Isospin. Das Symbol Q steht für die elektrische Ladung, Y für die schwache und I ist der Isospin.

gilt:

$$\begin{pmatrix} Y_{d'} \\ Y_{b'} \\ Y_{s'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Y_d \\ Y_b \\ Y_s \end{pmatrix} . \quad (1.28)$$

Messungen haben folgende Werte für die Matrix-Elemente ergeben:

$$\begin{pmatrix} 0,975 \text{ bis } 0,976 & 0,218 \text{ bis } 0,224 & 0,002 \text{ bis } 0,007 \\ 0,218 \text{ bis } 0,224 & 0,973 \text{ bis } 0,975 & 0,032 \text{ bis } 0,054 \\ 0,003 \text{ bis } 0,018 & 0,030 \text{ bis } 0,054 & 0,998 \text{ bis } 0,999 \end{pmatrix} . \quad (1.29)$$

Die Wahrscheinlichkeit ist zu Y_{xy}^2 proportional, woraus deutlich wird, dass die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein u-Quark in ein d-Quark „verwandelt“ bedeutend größer ist, als dass aus einem u-Quark ein s-Quark wird. [28]

Die drei Vektorbosonen der elektroschwachen Wechselwirkung haben nur eine äußerst geringe Reichweite – weniger als ein Atomkern-Durchmesser – da sie mit Massen im Bereich von 90 GeV sehr massiv sind. Diese Reichweite kann man berechnen, da man die Unschärferelation

$$\Delta E \Delta t \approx \hbar \quad (1.30)$$

als Ansatz nimmt, weil Austauschteilchen keine „realen“ Teilchen, sondern nur „virtuelle“ sind. Das heißt, dass sie nur von der Unschärferelation für eine bestimmte Zeit mit einer bestimmten Energie „erlaubt“ sind und grundsätzlich nicht direkt beobachtbar. Sie sind nur durch ihre Wirkung auf die wechselwirkenden Teilchen indirekt beobachtbar.

Formt man nun 1.30 in

$$\Delta t \approx \frac{\hbar}{\Delta E} \quad (1.31)$$

um und setzt für E die kinetische Energie $E = mc^2$ ein, erhält man

$$\Delta t \approx \frac{\hbar}{mc^2} \quad (1.32)$$

wobei

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.33)$$

gilt, allerdings ist dieser Faktor für unsere Berechnungen zu vernachlässigen, da wir keinen Wert auf Genauigkeit legen werden. Nun ist die Durchschnittsgeschwindigkeit in einem bestimmten Abschnitt Δx durch

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (1.34)$$

gegeben, das man in

$$\Delta x = v \Delta t \tag{1.35}$$

umformen kann. Setzt man hier Gleichung 1.32 ein, erhält man

$$\Delta x = v \frac{\hbar}{mc^2}. \tag{1.36}$$

Da Masse und Geschwindigkeit dieser Teilchen mit Massenspektrographen gemessen werden können, muss in Gleichung 1.36 nur noch eingesetzt werden um die Größe der Änderung der Position zu finden, wir können allerdings näherungsweise für $v = c$ und für $m = 90 \text{ GeV}/c^2$ einsetzen und erhalten somit

$$\Delta x = c \frac{\hbar}{mc^2} = c \frac{\hbar}{90000000000 \text{ eV}} = 2,19 \cdot 10^{-18} \text{ m} \tag{1.37}$$

Natürlich war dies eine sehr vereinfachte Darstellung und etlichen Problemen wurde geflissentlich aus dem Weg gegangen. So macht Gleichung 1.33 bei masselosen Teilchen wie dem Photon etliche Probleme, weil sie nach Einsetzen von $m_0 = 0$ unbrauchbar wird, da

$$\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{0}{0} = \text{undef.} \tag{1.38}$$

Außerdem wurden hier nur grobe Näherungswerte eingesetzt, die wenig repräsentativ sind, weil sich die Austauschteilchen mit variablen Geschwindigkeiten bewegen können.

Die Quantenchromodynamik Der Zusammenhalt der Nukleonen im Atomkern war lange Zeit unverstanden. Protonen sollten sich eigentlich abstoßen und es gab keinen Grund, warum Protonen und Neutronen im Kern zusammenhalten sollten.

Im Jahre 1935 postuliert dann Hideki Yukawa das „Kernfeld“ und die dazugehörige „Kernkraft“, die durch den Austausch von Pionen zwischen den

Nukleonen beschrieben werden könnte. Für diese berechnete er die Masse von ca. 150 MeV, die zwischen der von Elektron (0,511 MeV) und Nukleonen (ca. 940 MeV) liegt. Aus diesem Grund gehört es in die Klasse der *Mesonen* (mittelgewichtig), während das Elektron zu den *Leptonen* („leichtgewichtig“) und die Nukleonen zu den *Baryonen* („schwergewichtig“) zählen. Diese Masse ergab sich aus dem sogenannten „Yukawa-Potential“

$$V(r) \propto \frac{e^{-m_{ex}r}}{r} \quad (1.39)$$

in das man für m_{ex} die Masse des Austauschteilchens einsetzt. An dieser Gleichung erkennt man sofort, dass schwere Teilchen eine kürzere Reichweite haben, da für diese die exponentielle Dämpfung größer ist.

Mittlerweile ist klar, dass Yukawas Kernkraft eine fundamentalere Wechselwirkung zu Grunde liegt, die mit der Quantenchromodynamik beschrieben wird.

Die Quantenchromodynamik beschreibt die starke Kernkraft, die zwischen Quarks wirkt. Ihr Austauschteilchen ist das Gluon, das an die Quarks koppelt. Diese Wechselwirkung wird mit Hilfe von sogenannter Farbladung⁴ beschrieben. Die Farbladung wurde erstmals 1964 notwendig, als das von Murray Gell-Mann vorhergesagte W^- -Baryon gefunden wurde. Es ist aus drei s-Quarks zusammengesetzt und würde daher das Pauli-Verbot verletzen. Eine mögliche Abhilfe wurde mit der Farbladung gefunden, die als zusätzliche Quantenzahl eingeführt wurde.

Es gibt drei Arten von Farbladung, die stark wechselwirkende Teilchen haben können: „rot“, „grün“ und „blau“. Neben diesen Zuständen gibt es entsprechende „Antifarben“ für die jeweiligen Antiteilchen: „antirod“ (cyan), „antigrün“ (magenta) und „antiblau“ (gelb). (Siehe Tabelle 1.3) Mischt man

⁴Hier sei vielleicht erwähnt, was Richard Feynman dazu zu sagen hatte: „The idiot

Quark	Antiquark
Rot	Cyan
Grün	Magenta
Blau	Gelb

Tabelle 1.3: Die Farbladungen der Quarks und Antiquarks

in der Realität eine Farbe mit ihrer Komplementärfarbe, also in unserem Fall mit der ihrer Antifarbe, erhält man weiß. Ebenso erhält man weiß, wenn man alle drei Farben (oder Antifarben) miteinander mischt. In Experimenten hat sich nun ergeben, dass alle Quarkkombinationen weiß sind.

Es gibt demzufolge nur zwei verschiedene Quarkzusammensetzungen: Mesonen und Baryonen. Mesonen bestehen aus einem Quark und einem Antiquark, während Baryonen aus jeweils drei Quarks oder Antiquarks bestehen. Messungen haben ergeben, dass das Quark-Antiquark-Paar in Mesonen ständig die Farbe wechselt: Quarks können auf Grund des Erhaltungssatzes nicht einfach ihre Farbladung „verlieren“, sondern müssen sie an ein anderes Teilchen abgeben. Diese Funktion erfüllt das Gluon. Das heißt, dass das Gluon selbst eine Farbladung trägt und damit mit sich selbst wechselwirkt. Dieses Phänomen ist der Grund, dass das Gluon als „kurzreichweitig“ gilt, obwohl es keine Masse besitzt und daher theoretisch eine unendliche Reichweite hätte. Im allgemeinen wird üblicherweise eine Reichweite von 10^{-15} m angegeben.

Wie Abbildung 1.1 illustriert, verhält sich die Farbladung wie die additive Farbmischung. Das heißt, dass Teilchen, die sowohl „rot“, „grün“ als auch

physicists, unable to come up with any wonderful Greek words anymore, call this type of polarization by the unfortunate name of ‘color,’ which has nothing to do with color in the normal sense.“[2]

„blau“ geladen sind nach außen farbneutral, also „weiß“ wirken. Jedes Quark trägt eine Farbe und eine Anti-Farbe.

Was die Berechnungen in der Quantenchromodynamik zusätzlich erschwert ist, dass die Gluonen selbst sowohl Farb- als auch elektrische Ladung besitzen. Die elektrische Ladung der Teilchen spielt für Berechnungen innerhalb des Atomkerns jedoch fast keine Rolle, da die starke Kernkraft in diesen Abständen wesentlich stärker, als die elektromagnetische Kraft ist. Dies ist der Grund, warum zwei elektrisch $+2/3$ -fach geladene u-Quarks und ein $-1/3$ -fach geladenes d-Quark im Kern stark aneinander gebunden sind. Nukleonen im Atomkern wirken nach außen „farbneutral“ – erst wenn sie sich auf weniger als 10^{-15} m nähern, „merken“ sie, dass sie eine innere Struktur besitzen, die nicht farbneutral ist.

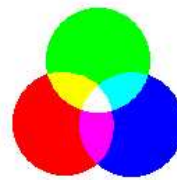


Abbildung 1.1: **Additive Farbmischung**

Die starke Kernkraft wächst mit der Entfernung der wechselwirkenden Teilchen, bis sie schließlich zum Confinement führt. Als Confinement wird der Effekt bezeichnet, dass keine freien Quarks beobachtet werden können: Wird versucht ein Quark-Antiquark-Paar oder Quark-Triplet zu trennen, entstehen aus der dazu aufgewendeten Energie spontan weitere Quarks, die sich mit den freien Quarks verbinden, da die starke Kernkraft bei einem Abstand von ungefähr einem Atomkernradius ins Unendliche wächst. Dieses Phänomen wird auch als „asymptotische Freiheit“ bezeichnet, da sich die Quarks bei kleinen Abständen wie freie Teilchen verhalten.

Die starke Kernkraft wächst mit der Entfernung der wechselwirkenden Teilchen, bis sie schließlich zum Confinement führt. Als Confinement wird der Effekt bezeichnet, dass keine freien Quarks beobachtet werden können: Wird versucht ein Quark-Antiquark-Paar oder Quark-Triplet zu trennen, entstehen aus der dazu aufgewendeten Energie spontan weitere Quarks, die sich mit den freien Quarks verbinden, da die starke Kernkraft bei einem Abstand von ungefähr einem Atomkernradius ins Unendliche wächst. Dieses Phänomen wird auch als „asymptotische Freiheit“ bezeichnet, da sich die Quarks bei kleinen Abständen wie freie Teilchen verhalten.

Der genaue Mechanismus des Confinements ist jedoch bis jetzt nur ansatzweise verstanden. Es ist eines der Probleme, das einer GUT⁵ im Weg steht.

⁵„Grand Unified Theory“ – Eine Verbindung von elektroschwacher Wechselwirkung mit

Die Gravitation wurde noch nicht in einer Quantenfeldtheorie beschrieben.

Bis jetzt scheiterten alle Versuche die Gravitation in Form der allgemeinen Relativitätstheorie mit der Quantentheorie zu vereinen. Zu den hoffnungsvollsten Kandidaten für eine Quantengravitation zählt die Loop Quantengravitation in der auch Zeit und Raum quantisiert werden und die String Theorie, die von der Annahme ausgeht, dass alle Elementarteilchen durch unterschiedlich vibrierende „Saiten“ beschreiben werden können. Der bisher größte Erfolg der String Theorie war die Vorraussage des Gravitons, das das Austauschteilchen der Gravitation wäre.

1.2.3 Feynman und seine Theorie der Quantenelektrodynamik

Im Jahre 1947 und davor häuften sich die Probleme der Dirac'schen Theorie der Quantenmechanik. In diesem Jahr zeigten Willis Lamb und Robert Retherford durch Experimente mit Röntgenstrahlung, dass, entgegen den Vorhersagen der Dirac-Gleichung, einer der Zustände eines Elektrons im Wasserstoffatom eine geringfügig höhere Energie besitzt, als der andere und Isidor Rabi bestimmte das magnetische Moment des Elektrons auf eine Zahl, die geringfügig von den Ergebnissen der Dirac-Gleichung abwich. Selbst davor war es aber schon nicht möglich die Selbstwechselwirkung des Elektrons zu berechnen, da man unendliche Terme als Ergebnis erhielt. Die Selbstwechselwirkung des Elektrons war allerdings auch in der klassischen Elektrodynamik ein unlösbares Problem.

Das Problem der Lambschen Verschiebung, wie die Verschiebung der Energieniveaus im Wasserstoffatom heute genannt wird war allerdings nicht so

der Quantenchromodynamik

groß, wie es anfangs schien. Da schon früher bekannt war, dass die Diracsche Gleichung unvollständig sein musste, wäre eine Verschiebung von Null in Widerspruch zu dem bereits Bekannten gestanden und da die Verschiebung trotzdem relativ gering war, brauchten die Physiker nur nach einer Größe suchen, die mit dem Experiment übereinstimmte.

Schon im selben Jahr gelang dies Hans Bethe auf der Zugfahrt von New York nach Schenectady, indem er einen „Kunstgriff“ erfand, der es ihm erlaubte die unendlichen Terme zu vermeiden. Er berechnete die Energie des Elektrons im Wasserstoffatom und erhielt dafür einen unendlichen Term zusammen mit einem Korrekturterm, der wegen der Nähe des Atomkerns nötig war. Danach berechnete er die Energie eines freien Elektrons, die wegen der Selbstwechselwirkung unendlich war und subtrahierte die beiden Ergebnisse voneinander – der Korrekturterm, der übrig blieb entsprach der Lambschen Verschiebung.

Obwohl dieses Verfahren zunächst von vielen Physikern als ein „fauler Trick“ abgetan wurde, ist dieses Verfahren heutzutage aus der Physik nicht mehr wegzudenken und unter dem Namen der Renormierung bekannt.

Richard Feynman war zu dieser Zeit mit seiner eigenen Theorie der Quantenelektrodynamik, die ja die Wechselwirkung zwischen elektrisch geladenen Teilchen beschreibt, relativ weit fortgeschritten, doch schenkte man dieser kaum Beachtung, da sie noch keinerlei verwertbare Ergebnisse lieferte, während die Theorie von Julian Schwinger, die die Lambsche Verschiebung berechnen konnte und relativistisch invariant war, im Jahre 1948 als entscheidender Fortschritt gefeiert wurde. Zu dieser Zeit war Feynman noch unbedeutender als Schwinger, da er seit seiner Abschlussarbeit am MIT⁶ kaum etwas veröffentlicht hatte, außerdem benutzte er einen sehr unkonventionel-

⁶Massachusetts Institute of Technology, Cambridge

len Zugang zu dem Problem.

Feynman betrachtete das System nicht mit dem klassischen Hamilton-Formalismus, sondern mit dem Lagrange-Formalismus in Form von Pfadintegralen indem er sich das Prinzip der kleinsten Wirkung zu Nutze machte. Dieses besagt, dass die Wirkung, die durch $E \cdot t$ gegeben ist, minimal sein muss. Das ist unter Anderem der Grund, warum in der klassischen Physik ein Lichtstrahl den kürzesten Weg von der Quelle zum Ziel nehmen muss. Richard Feynman erkannte zudem auch erst später, wie mächtig sein Ansatz war. Erst Freeman Dyson, ein aufstrebender Physikstudent, zeigte, dass Schwingers und Feynmans Theorie dasselbe auf unterschiedliche Arten sagten. Er veröffentlichte das in einem Aufsatz für die *Physical Review*, der den Feynman'schen Ansatz auch für den Durchschnittsphysiker verständlich machte. Daraufhin beschrieb Feynman seine Theorie in einer Reihe von Aufsätzen, sodass er und seine Theorie der Quantenelektrodynamik der Mittelpunkt auf der Konferenz der National Academy of Sciences waren.

Die Feynmansche Theorie der Quantenelektrodynamik beschreibt die Wechselwirkung von geladenen Teilchen mit Hilfe von Austauschteilchen, die Photonen genannt werden. Feynman wendet dabei das Prinzip der kleinsten Wirkung an, aber sagt gleichzeitig, dass das beschriebene Teilchen jeden möglichen Weg geht. Man summiert die Wahrscheinlichkeitsamplituden für jeden möglichen Weg und bildet dann das Quadrat, um die Wahrscheinlichkeit für den gesamten Prozess zu finden. Die Wahrscheinlichkeitsamplituden für Wege außerhalb des von der klassischen Physik verlangten Weges sind jedoch einander entgegengesetzt und fallen bei der Summierung fast gänzlich weg, womit nur noch der traditionelle Weg übrig bleibt. Dies wird in Abbildung 1.2 dargestellt.[12]

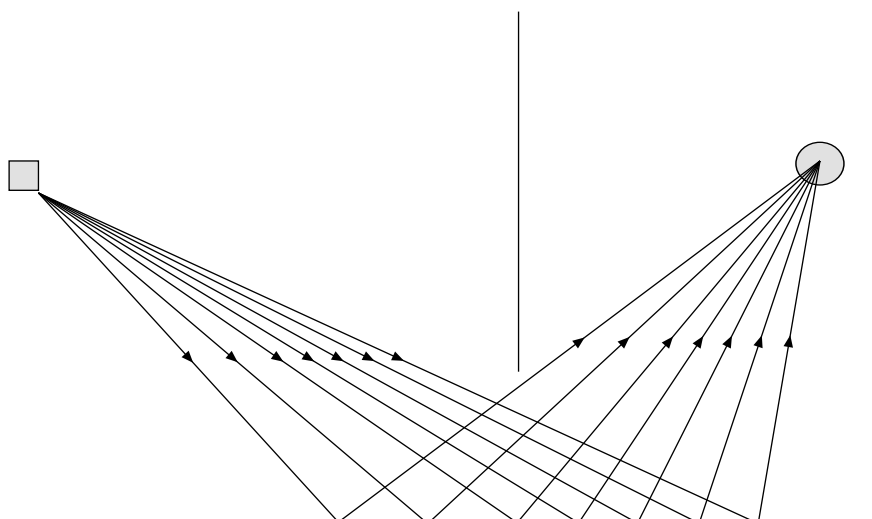


Abbildung 1.2: Bei der *Reflektion von Licht an einem Spiegel* werden die Photonen nicht nur an der Stelle zum Empfänger gestreut, an der es die klassische Physik vorhersagt, sondern an *allen* Stellen auf dem Spiegel. Die verschiedenen Wahrscheinlichkeitsamplituden sind jedoch entgegengesetzt und heben sich daher auf.

Verdeckt man allerdings streifenweise den Spiegel, sodass die entgegengesetzten Wahrscheinlichkeitsamplituden wegfallen, sieht man Licht, das von jeder Stelle des Spiegels gestreut wird – ein Beispiel dieses Effekts ist die Spiegelung an der Rückseite einer CD. Dies wird in der klassischen Physik durch die Beugung erklärt.

Kapitel 2

Die Feynman-Diagramme

„Die Diagramme sollten die physikalischen Prozesse und die mathematischen Ausdrücke, mit denen diese beschrieben werden, repräsentieren. Jedes Diagramm stand für einen mathematischen Ausdruck. Mathematische Größen waren mit Punkten in Raum und Zeit verknüpft. Ich sah Elektronen, die sich durch den Raum bewegten, an einem Punkt gestreut wurden, an einem anderen Punkt eintrafen, dort erneut gestreut wurden, wobei sie ein Photon emittierten, das sich in eine andere Richtung ausbreitete. Ich hielt sämtliche Vorgänge in kleinen Bildern fest; es handelte sich um physikalische Bilder, die mathematische Terme beinhalteten. Diese Bilder entstanden allmählich in meinem Kopf ... sie wurden zu einer Art Stenogramm der Prozesse, die ich physikalisch und mathematisch zu beschreiben versuchte ... Ich war mir bewusst, dass es amüsant sein würde, diese kuriosen Bildchen in der Physical Review zu sehen.“[12]

Mit diesen Worten beschrieb der Erfinder und Namensgeber der Feynman-Diagramme, Richard Phillips Feynman (Abbildung 2.1) seine Schöpfung, die

er im Jahre 1949 erdachte und die bis heute ein extrem wichtiges Werkzeug für Teilchenphysiker zur Darstellung und Berechnung von Wechselwirkungsprozessen sind.

Feynman-Diagramme sind Raum-Zeit-Diagramme, die die Wechselwirkung zwischen zwei oder mehreren Elementarteilchen mit Hilfe von Austauschteilchen darstellen können. Um ein Feynman-Diagramm zu zeichnen wird zunächst die grundlegende Überlegung angestellt, was man bei einer bestimmten Reaktion überhaupt messen kann. Dies sind die jeweiligen Anfangszustände der teilnehmenden Teilchen und deren Endzustände. Im Diagramm 2.2 wird dies durch zwei Teilchenbahnen und eine Gegend, in die man nicht einsehen kann, dargestellt. In dieser schwarz gefärbten Gegend findet die eigentliche Wechselwirkung statt, wir können nicht mit Bestimmtheit sagen, was dort vor sich geht, deshalb ist sie hier noch durch eine schwarze Fläche verdeckt. Die Orientierung der Feynman-Diagramme ist nicht eindeutig festgelegt, für diese Arbeit sei die horizontale Achse die Raum- und die vertikale Achse die Zeitachse.

Dieses Diagramm ist noch relativ uninteressant. Zwei Teilchen laufen ein und zwei Teilchen laufen aus, mehr kann nicht – oder zumindest nicht direkt – gemessen werden. Die Teilchen könnten in äußerst komplizierten Bahnen aneinander vorbeigeflogen sein, oder auch einfach, ähnlich wie klassische Teilchen aneinander „abgeprallt“ sein. Laut der Quantenelektrodynamik ist *jeder* Fall mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit eingetroffen und deshalb in den Berechnungen zu berücksichtigen. Auf diesen Punkt werden wir später noch einmal zurück kommen.

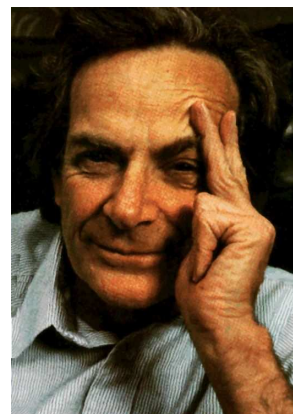


Abbildung 2.1: **Richard Feynman**

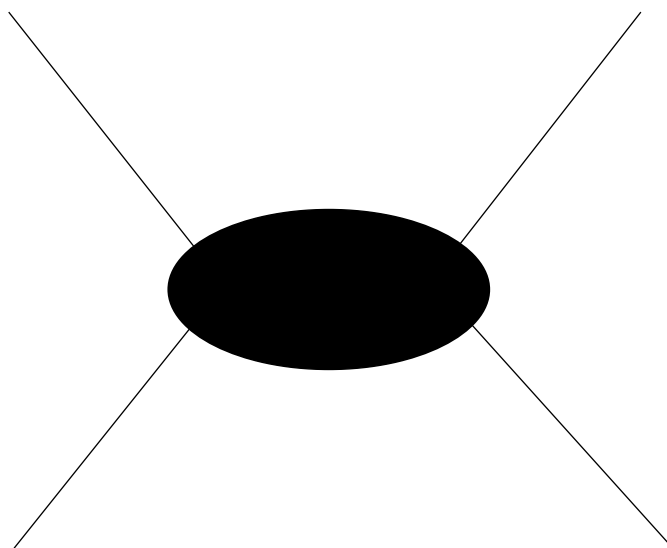


Abbildung 2.2: *Streuung von zwei Teilchen. Das Geschehen während der Wechselwirkung ist unbekannt.*

Zu Anfang stellen wir den einfachsten Fall dar: Die Teilchen tauschen ein Boson aus und entfernen sich wieder voneinander (Abbildung 2.3). In diesem Diagramm wird das Austauscheteilchen durch eine gestrichelte Linie dargestellt, die zwischen den Bahnen der zwei Teilchen verläuft. Diese Austauscheteilchen werden auch „virtuelle Teilchen“ genannt, da sie *prinzipiell nicht beobachtbar* sind – sie können nur durch die Energie- und Impulsänderung der beobachtbaren Teilchen registriert werden. Die Ursache hierfür liegt in der Heisenbergschen Unschärferelation, die mit $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$ besagt, dass das Produkt der Unschärfen von Energie und Lebensdauer reeller Teilchen größer als $\hbar/2$ ist. Für virtuelle Teilchen muss nun $E_x t_x \leq \hbar/2$ gelten, da sie damit für die Zeit t_x die Energieerhaltung verletzen können.

Nun ist wegen $E = mc^2$ das Quadrat der Masse im relativistischen Energiesatz

$$m^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2 \quad (2.1)$$

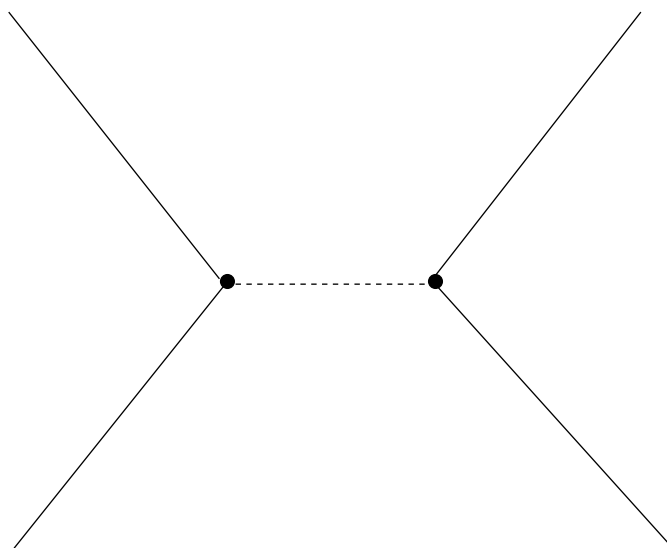


Abbildung 2.3: Streuung von zwei Teilchen.

beliebig und könnte sogar negativ sein, was zur Folge hat, dass das Teilchen Gleichung 2.1 verletzt. Eine Konsequenz aus der Verletzung des Energiesatzes ist, dass virtuelle Teilchen sowohl raum-, als auch zeitartig¹ sein können. Virtuelle Teilchen werden immer durch sogenannte innere Linien dargestellt. Sie verlaufen zwischen zwei Vertices, wie die Schnittpunkte zwischen zwei oder mehreren Linien genannt werden. Ein Vertex symbolisiert die eigentliche Wechselwirkung zwischen dem Austauscheteilchen und einem anderen Teilchen. Hier muss daher immer die Energie- und Impulserhaltung gelten. Ein Vertex wird durch einen schwarzen Punkt dargestellt.

Analog zu den virtuellen Teilchen, werden beobachtbare Teilchen, die den relativistischen Energiesatz erfüllen durch äußere Linien dargestellt. Äußere Linien sind Linien, die nur an einem Ende mit einem Vertex verbunden sind.

Es ist wichtig zu beachten, dass die Linien *nicht* die Teilchenbahnen zei-

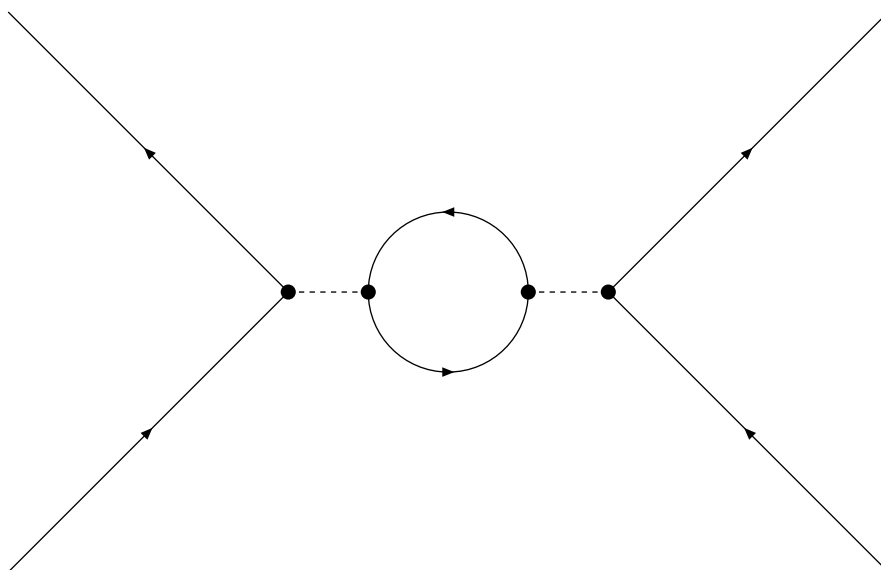
¹Raumartige Teilchen sind Teilchen für die $E < 0$ gilt, während für zeitartige Teilchen $E > 0$ gilt.

gen, sondern lediglich die Anfangs- und Endzustände symbolisieren. Diese Endzustände können berechnet werden, indem die für diese Reaktion in Frage kommenden Diagramme in mathematische Terme „übersetzt“ und dann addiert werden. Allerdings nimmt die Bedeutung der jeweiligen Terme für die Berechnung mit der Anzahl der Vertices ab. Präziser bedeutet das, dass ein Graph bzw. ein Term mit nur zwei Vertices einen größeren Einfluss auf die Berechnung hat, als ein Graph mit 4 Vertices, weil die Konstante ε für die $0 < \varepsilon \ll 1$ gilt, in dieser Gleichung mit der Anzahl der Vertices potenziert und dann mit dem jeweiligen Term multipliziert wird.

Da man in den Graphen aber beliebig lang die Anzahl der Vertices erhöhen kann und die Berechnungen schon bei ε^4 höchst kompliziert sind, wird hier für gewöhnlich schon abgebrochen, da die Ergebnisse auf diesem Niveau schon sehr gut mit dem gemessenen Werten übereinstimmen. Ein Beispiel hierfür ist das magnetische Moment des Elektrons. Der theoretische Wert der Ordnung $\varepsilon \cdot \varepsilon^4$ beträgt $1,1596 \cdot 10^{-3} \frac{e \cdot \hbar}{2m_0 \cdot c}$ während der experimentelle Wert bei $(1,1609 \pm 0,0024) \cdot 10^{-3} \frac{e \cdot \hbar}{2m_0 \cdot c}$ liegt. Wir werden dies noch einmal bei der Besprechung der einzelnen Diagramme behandeln.

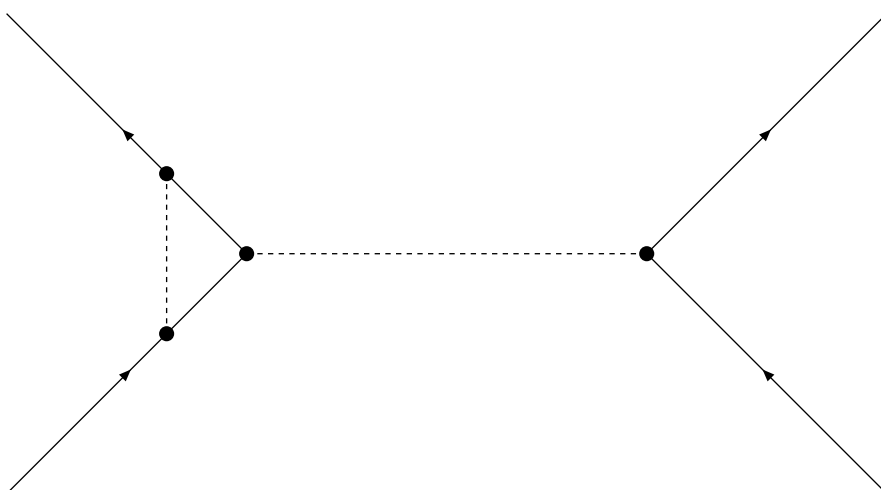
Das Auftreten von Unendlichkeiten wird durch die Renormierung beseitigt, was, wie Freeman Dyson zeigen konnte, ein notwendiges Merkmal von Feynman-Diagrammen ist.

Aus den vorangegangenen Überlegungen ergibt sich, dass folgende Diagramme, ebenso wie Abbildung 2.3, zur Gesamtrechnung beitragen.



In diesem Diagramm tauschen die beiden wechselwirkenden Teilchen ein Boson aus, das jedoch ein Teilchen-Antiteilchen-Paar bildet, welches sich wiederum anihiliert. Aus dessen Energie entsteht ein Boson, das die Wechselwirkung vollzieht. Dieses Diagramm wäre ein Beispiel für ein Diagramm der Ordnung ε^4 .

In einem weiteren Diagramm wechselwirkt eines der Teilchen zum Beispiel mit sich selbst. Auch dieser Graph trägt zur Ordnung ε^4 bei.



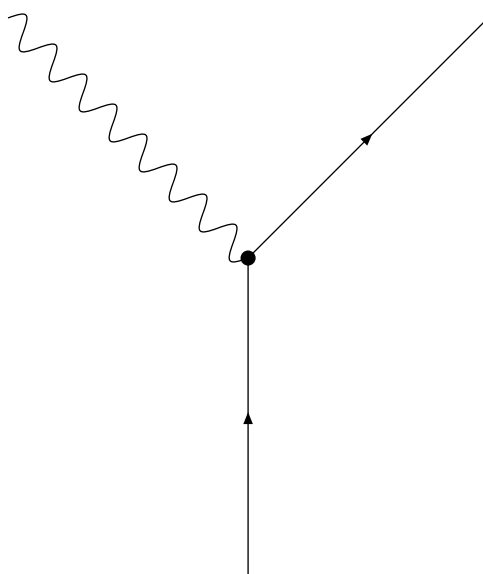
Diese sogenannte Selbstwechselwirkung spielt auch bei der Berechnung des magnetischen Moments des Elektrons eine große Rolle.

Feynman-Diagramme können aus „fundamentalen Elementen“ zusammengesetzt werden, die immer aus einem Vertex und verschiedenen inneren und äußeren Linien zusammengesetzt sind.

2.1 Quantenelektrodynamik

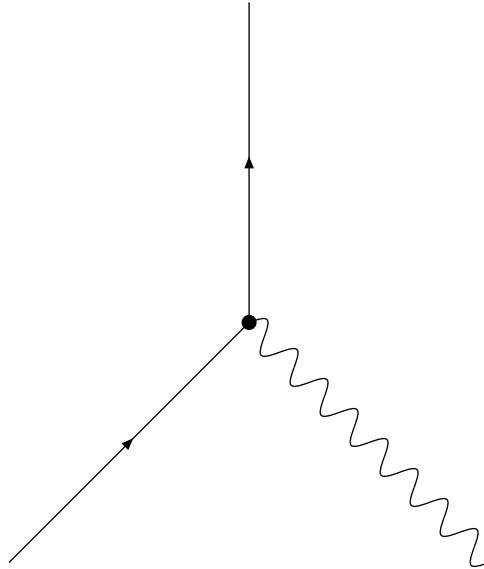
In der Quantenelektrodynamik wird die elektromagnetische Kraft, die nur auf elektrisch geladene Teilchen wirkt, mit Hilfe der Photonen als Austauschteilchen beschrieben. Es gibt vier fundamentale Elemente:

Abstrahlung eines Photons

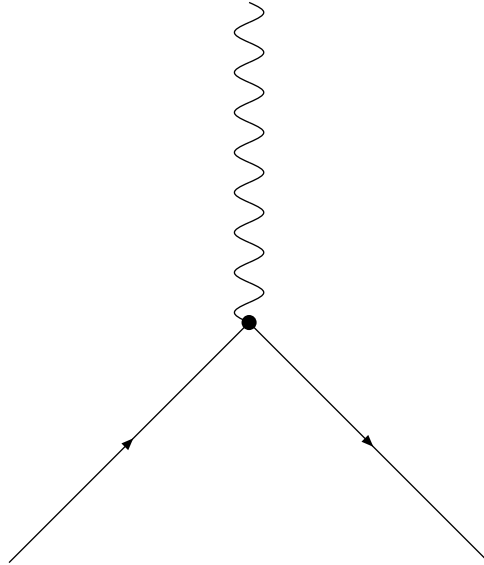


Der erste fundamentale Vertex beschreibt die Abstrahlung eines Photons von einem elektrisch geladenen Teilchen.

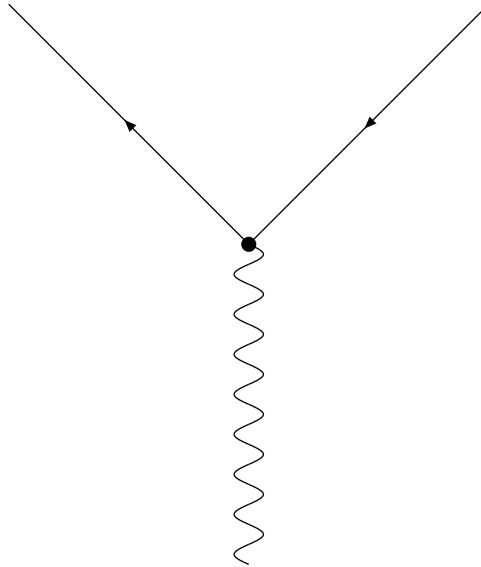
Ein Teilchen läuft ein, emittiert ein Photon und läuft mit niedrigerer Energie wieder aus. Ein Beispiel hierfür wäre zum Beispiel das Wechseln eines angeregten Elektrons in der Atomhülle in ein niedrigeres Energieniveau.

Einfang eines Photons

Der Graph dieser Reaktion beschreibt den Einfang eines Photons durch ein elektrisch geladenes Teilchen. Das wird durch ein einlaufendes Photon, das von einem anderen einlaufenden Teilchen absorbiert wird dargestellt. Das Teilchen hat nach dieser Reaktion geänderte Energie und Impuls und läuft wieder aus. Solche Reaktionen können zum Beispiel in der Atomhülle bei Lichteinfall stattfinden.

Paarvernichtung

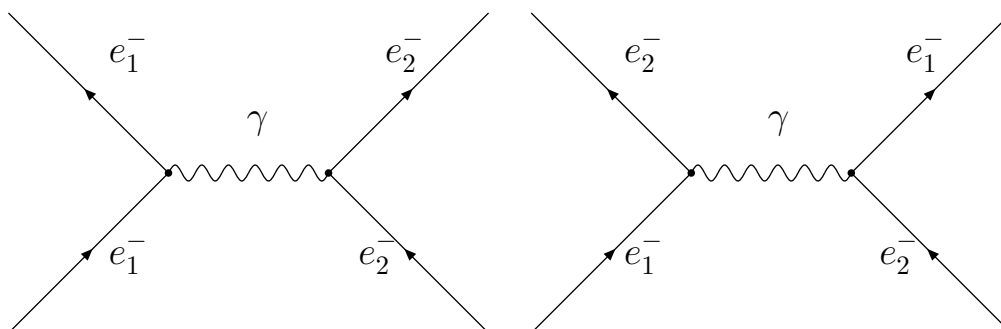
Trifft ein Teilchen auf sein Antiteilchen, annihilieren sich die beiden unter Freisetzung eines anderen Teilchens. Hier gilt zu beachten, dass der Impulserhaltungssatz verletzt wäre, wenn es sich bei dem auslaufenden Teilchen nicht um ein virtuelles Teilchen handelte, das heißt, dass das Photon in einem vollständigen Diagramm in einem weiteren Vertex enden müsste. In der Quantenelektrodynamik sind an der Paarvernichtung fast ausschließlich das Elektron und das Positron beteiligt, die bei ihrer Annihilation ein Photon erzeugen.

Paarerzeugung

Bei der Paarerzeugung bildet ein einlaufendes Photon am Vertex zwei auslaufende Teilchen. Diese fundamentale Wechselwirkung tritt häufig nach einer Paarvernichtung auf, wobei in diesem Fall das Photon ein virtuelles Teilchen ist. Bei der Kombination dieser beiden Prozesse können sich zwei einlaufende Teilchen in zwei andere „verwandeln“. So kann ein einlaufendes Elektron-Positron-Paar über ein virtuelles Photon ein Quark-Antiquark-Paar erzeugen.

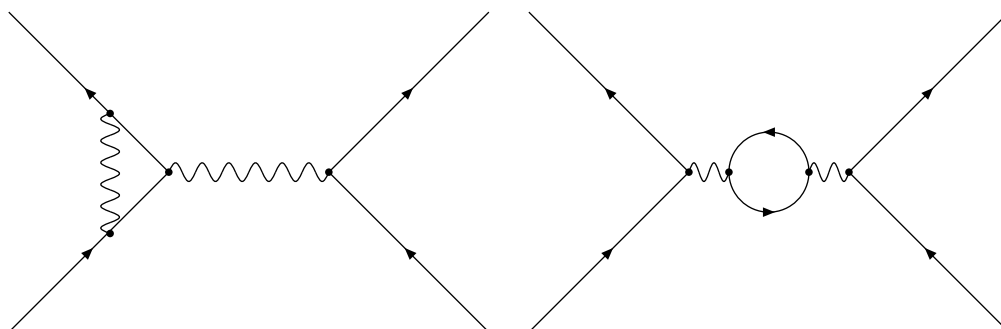
2.1.1 Møller-Streuung ($e^- - e^-$ Streuung)

Die Møller-Streuung ist die Streuung von Elektronen an Elektronen. Da die Elektronen nicht unterscheidbar sind, sind für die Ordnung ε^2 zwei Graphen denkbar:



Die beiden Graphen tragen beide gleich viel zu der Rechnung bei, da gleich viele Vertices vorkommen. Die Symbole e_1^- und e_2^- stellen die Zustände der Teilchen dar. Das zweite Diagramm ist deshalb möglich, weil die Teilchen nur über ihre Quantenzahlen definiert sind und diese während der Reaktion vertauscht werden können – eine Markierung der Teilchen ist nicht möglich. Aus diesem Grund ist es anschaulicher, sich vorzustellen, dass das Teilchen am Vertex vernichtet wird und ein neues Teilchen aus dem Vertex ausläuft.

Zwei Graphen der Ordnung ε^4 wären die beiden folgenden.



Beim ersten dieser Graphen wird die Selbstwechselwirkung eines Elektrons berücksichtigt und beim zweiten eine spontane Paarerzeugung aus dem

Photon, gefolgt von einer Paarvernichtung aus der ein Photon hervorgeht.[8]

Das Austauschteilchen – ein Photon – ist virtuell und verläuft zwischen zwei Vertices.

2.1.2 Bhabha-Streuung ($e^- - e^+$ -Streuung)

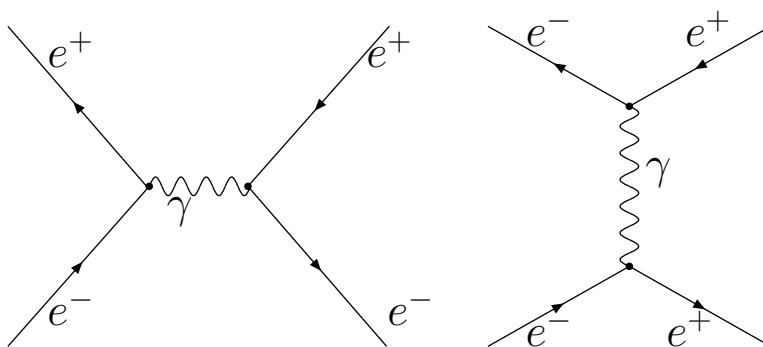
Die Bhabha-Streuung ist die Streuung von Elektronen an Positronen. Hier sind zwei verschiedene Feynman-Diagramme möglich: das erste wird Austauschdiagramm und das zweite Vernichtungs- oder Annihilationsdiagramm² genannt. Das Annihilationsdiagramm stellt einen Spezialfall der „crossing-Symmetrie“ dar, da es ein um 90° gekipptes Diagramm der Møller-Streuung ist, weil man die Møller-Streuung

$$e^- + e^- \rightarrow e^- + e^- \quad (2.2)$$

als

$$e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+ \quad (2.3)$$

schreiben könnte.[8]



Hier ist besonders zu beachten, dass das Positron, das Antiteilchen des Elektrons als Pfeil in die Vergangenheit dargestellt wird. Dies resultiert aus

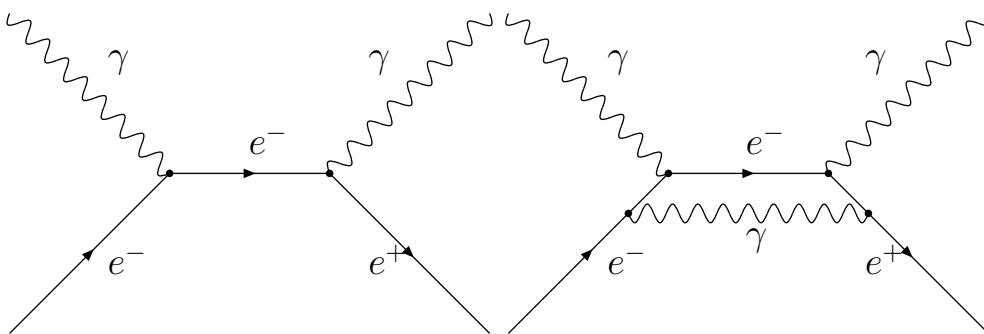
²Dies ist *nicht* die Paarvernichtung. Das Diagramm wird Annihilationsdiagramm genannt, weil hier die Paarvernichtung mit der Paarerzeugung „kombiniert“ wurde – das Ergebnis der Wechselwirkung ist aber gänzlich von der Paarvernichtung verschieden.

der Dirac-Gleichung, die, wie in Abschnitt 1.2.1 besprochen die Existenz von Antimaterie vorhersagt. Außerdem trägt diese Notation zur besseren Anschaulichkeit der Graphen bei.

In der klassischen Elektrodynamik sind die Møller- und Bhabha-Streuung als Coulomb-Streuung zusammengefasst – sie ist definiert als die Streuung von zwei elektrisch geladener Teilchen. In der QED³ sind die Wirkungsquerschnitte⁴ der $e^- - e^-$ - und $e^+ - e^-$ -Streuung jedoch nicht mehr gleich.

2.1.3 $e^- - e^+$ -Annihilation (Paarvernichtung)

Unter der Annihilation versteht man den Vorgang bei dem ein Teilchen auf sein Antiteilchen trifft und beide unter Abgabe von Energie „verschwinden“. Das bekannteste Beispiel ist die $e^- - e^+$ -Paarvernichtung bei der ein Elektron auf ein Positron trifft und sich beide unter Abgabe von zwei γ -Quanten vernichten. Hierbei gilt der Impuls- und Energieerhaltungssatz, was bedeutet, dass die Photonen eine Energie von $E = 0.511$ MeV und den selben Impuls, wie die beiden Fermionen besitzen.



³Quantenelektrodynamik

⁴Der Wirkungsquerschnitt „ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass infolge einer Wechselwirkung zwischen einem einfallenden Teilchen und einem anderen Teilchen eine Reaktion stattfindet.“ [90]

Bei diesen Graphen gilt zu beachten, dass die beiden Photonen *keine* virtuellen Teilchen sind. Sie sind beobachtbar und befinden sich auf der Massenschale. Das Elektron im zweiten Graphen verläuft hingegen zwischen zwei Vertices und ist daher ein virtuelles Teilchen. Die übliche Interpretation dieses Diagramms sind ein Elektron und ein Positron, die sich annihilieren, allerdings sei darauf hingewiesen, dass Richard Feynman in [2] auch eine andere Interpretationsmöglichkeit vorschlägt. Das Elektron könnte in der Zeit vorwärts reisen, ein Photon emittieren, die Richtung wechseln und noch ein Photon emittieren. Danach fliegt es in der Zeit rückwärts.

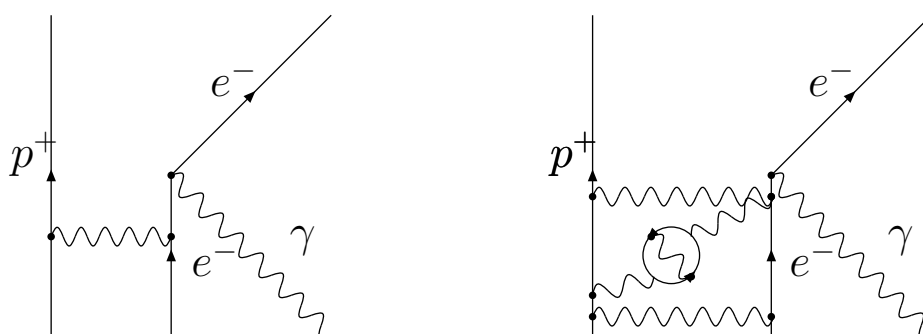
2.1.4 Der Photoeffekt

Der Photoeffekt gilt als das Experiment, das Einstein zu seiner berühmten Formel $E = hf = \hbar\omega$ geführt hat und damit die Quantenmechanik begründete.

Bei diesem Experiment bestrahlt man eine geladene Metallplatte mit relativ hochfrequentem Licht. Es zeigt sich, dass die Wellen einige Elektronen loslösen können. Heinrich Herz und Wilhelm Hallwachs untersuchten diesen Effekt und entdeckten, dass die Amplitude des Lichts nicht mit der Energie korrelierte, sondern nur die Frequenz. Diese beeinflusste aber in keinsten Weise die Anzahl der austretenden Elektronen – die Amplitude hingegen schon. Das allerdings stand in krassem Gegensatz zur klassischen Physik, da diese sagte, dass die Energie einer Welle nur von der Amplitude abhing und nicht von der Frequenz.

Da sich der Effekt überhaupt nicht mit der Wellenartigkeit des Lichtes erklären ließ schien sich die Physik in einer Krise zu befinden. Erst die unkonventionelle Überlegung Einsteins das Licht zu quantisieren konnte den Effekt erklären.

Die Feynman-Graphen des Photoeffekts zeigen drei Teilchen, da hier immer von einem an einen Atomkern gebundenen Elektron die Rede ist.



Ein Photon läuft hier ein und wird von einem Elektron absorbiert. Das Elektron besitzt dadurch genügend Energie um die Bindung an den Atomkern zu überwinden und wird aus dem Atom emittiert.

Wieder wird die Wechselwirkung zwischen den zwei reellen Teilchen durch ein Photon vermittelt.

Beide Graphen wären sehr schwierig zu berechnen und der Photoeffekt wird gewöhnlich nicht mit Feynman-Graphen beschrieben.

2.1.5 Der Compton-Effekt

Der Compton-Effekt wurde erstmals im Jahre 1923 von Arthur Holly Compton beobachtet. Er gilt als das Experiment, das die Einsteinsche Quantenhypothese untermauern konnte, da bis zu diesem Zeitpunkt fast alle Physiker

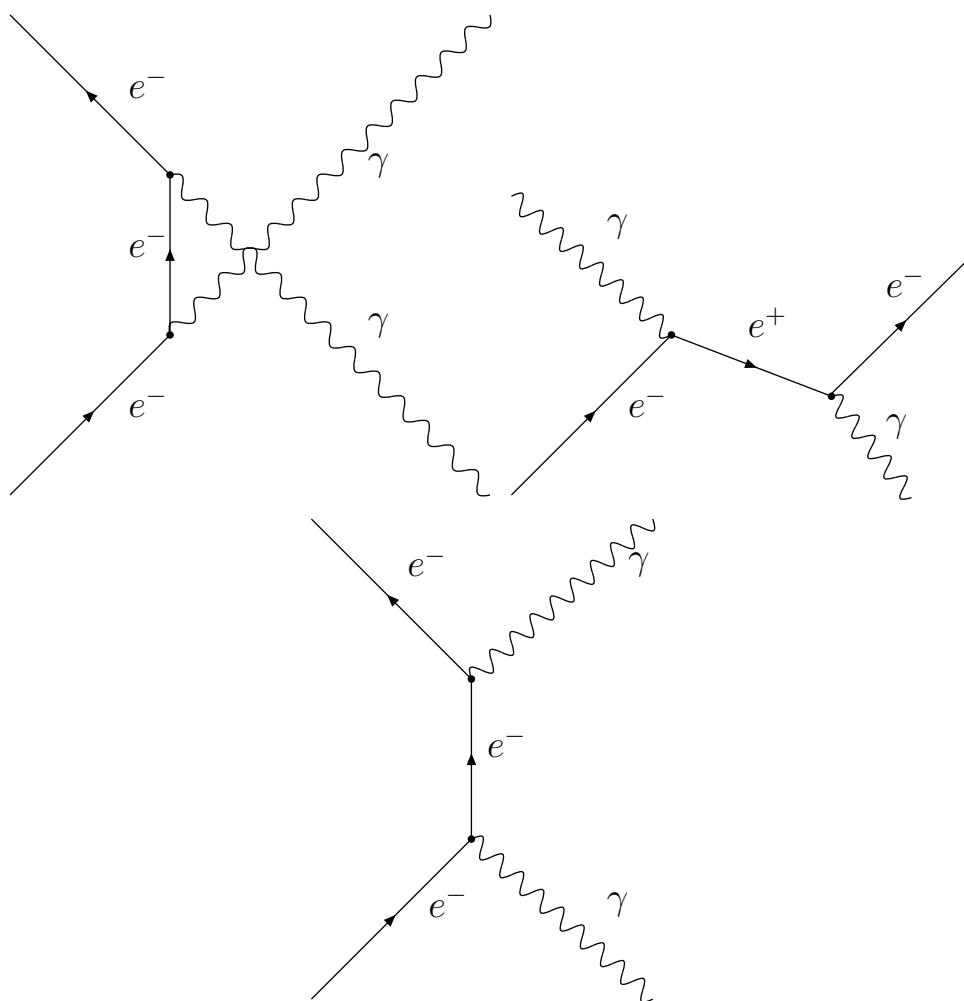
– einschließlich Arthur Compton – nicht an diese glaubten.

Arthur Compton schickte γ -Strahlen durch Plättchen aus verschiedenen Materialien wie Paraffin, Aluminium und Eisen und maß den einfallenden und gestreuten Strahl, um herauszufinden, ob diese sich unterschieden. Tatsächlich fand Compton, dass die Strahlen, die vom Material zurückgeworfen wurden „weicher“, also von größerer Wellenlänge waren, als die durch das Material durchgehenden Strahlen. Außerdem fand er heraus, dass die „Härte“ der Strahlen nicht vom Material, sondern vom Streuwinkel abhängen, was der Thomsonschen Theorie der Streuung widersprach. Diese besagt nämlich, dass Elektronen vom oszillierenden elektrischen Feld des Lichts zum Schwingen gebracht werden und dann die Schwingungsenergie in Form einer elektromagnetischen Welle mit geringerer Frequenz in alle Raumrichtungen abgeben. Compton wollte jedoch die klassische Elektrodynamik nicht aufgeben und nahm auch an, dass die Thomsonsche Theorie der Streuung richtig war und vermutete zunächst, dass die einfallenden γ -Strahlen eine neue Form der Fluoreszenz anregen, doch nach weiteren Experimenten erwies sich diese Annahme als falsch. Er versuchte weiter diese Diskrepanz des Experiments mit der Theorie durch Korrekturen, wie zum Beispiel die Miteinbeziehung des Doppler-Effekts, zu erklären, aber scheiterte immer wieder, bis er schließlich im Jahre 1922 erkannte, dass sein Effekt erklärt werden konnte, wenn man annahm, dass ein Lichtquant mit der Energie hf auf ein ruhendes Elektron stößt und es dadurch beschleunigt. Er veröffentlichte seine neuen Erkenntnisse erstmals in der „*Physical Review*“, wo sie im Mai 1923 veröffentlicht wurden.

Es ist übrigens nicht anzunehmen, dass Compton von der Einsteinschen Theorie der Quanten gewusst hatte, da sie in keiner seiner Arbeiten erwähnt wurde. Außerdem hielten die meisten Physiker zu dieser Zeit noch nichts von

der Quantenhypothese.[17]

Für die Feynman-Diagramme des Compton-Effekts gibt es mehrere Möglichkeiten.



Im ersten Diagramm wird zuerst ein Photon emittiert und erst dann wird die „fehlende“ Energie wieder absorbiert. Dies ist wegen der Heisenbergschen Unschärferelation möglich.

Das zweite Diagramm kann auf mehrere Arten interpretiert werden. So schreibt Richard Feynman in [2] folgendes:

„Even more strange is the possibility (c) [unser zweites Dia-

gramm] *that the electron emits a photon, then travels backwards in time to absorb a photon, and then proceeds forwards in time again. The path of such a „backwards-moving“ electron can be so long as to appear real in an actual physical experiment in the laboratory.*⁵[2]

Aus der Sicht eines beobachtenden Physikers laufen ein Elektron und ein Photon ein, wobei eine spontane Paarerzeugung statt findet und ein Elektron und ein Positron erzeugt. Das einlaufende Elektron und das Positron annihilieren sich unter Emission eines Photons, das zusammen mit dem durch die Paarerzeugung erschaffenen Elektron ausläuft.

Das dritte Diagramm zeigt die „klassische“ Annahme. Ein Elektron läuft ein, absorbiert ein Photon und ändert dadurch seinen Impuls und seine Energie, dann emittiert es ein Photon und ändert wieder seinen Impuls und seine Energie.

2.1.6 Lambsche Verschiebung

Die Lambsche Verschiebung wurde erstmals 1947 von Willis Eugene Lamb Jr. und seinem Studenten Robert Retherford entdeckt und bezeichnet die Aufspaltung der $2S_{\frac{1}{2}}$ und $2P_{\frac{1}{2}}$ Energieniveaus im Wasserstoffatom. Sie entdeckten dies als sie das Wasserstoffspektrum mit Hilfe von Röntgenstrahlen untersuchten.

Dieser Effekt ist ein sehr gutes Beispiel für die Genauigkeit der Quanten-

⁵Noch seltsamer ist die Möglichkeit (c) [unser zweites Diagramm] nämlich, dass das Elektron ein Photon emittiert, dann *rückwärts in der Zeit reist* um ein Photon zu absorbieren und dann in der Zeit wieder vorwärts reist. Der Pfad eines solchen „sich-rückwärts-bewegenden“ Elektrons kann so lang sein, dass er in einem wirklichen Experiment im Labor gemessen werden kann.

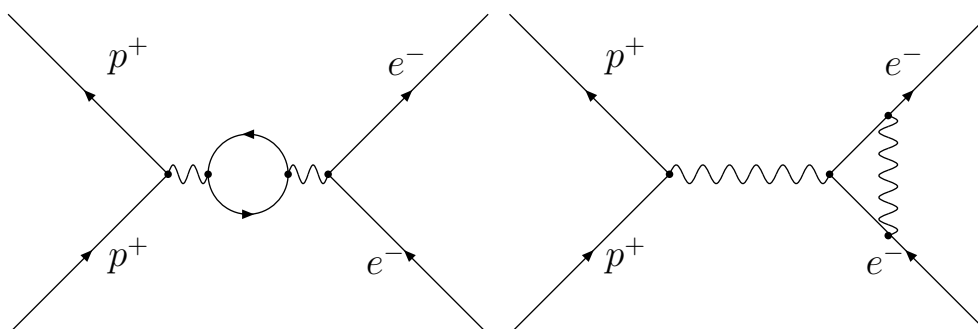
elektrodynamik. Die Dirac-Gleichung sagte nämlich voraus, dass sich die beiden Energieniveaus nicht unterscheiden durften, doch wenn man die Selbstwechselwirkung berücksichtigt und die Niveaus mit Diagrammen der Ordnung ε^4 berechnet, so erhält man

$$\begin{aligned} \omega(2S_{\frac{1}{2}}) - \omega(2P_{\frac{1}{2}}) &= \\ &= (1057,70 \pm 0,15) \cdot 10^6 s^{-1} \end{aligned}$$

während der experimentell gemessene Wert

$$\begin{aligned} \omega(2S_{\frac{1}{2}}) - \omega(2P_{\frac{1}{2}}) &= \\ &= (1057,77 \pm 0,10) \cdot 10^6 s^{-1} \end{aligned}$$

beträgt.



Die beiden Graphen sind Beispiele der Ordnung ε^4 . Die Korrektur des Terms wird hier durch die Paarerzeugung und Vernichtung des Photons und durch die Selbstwechselwirkung des Elektrons vorgenommen.

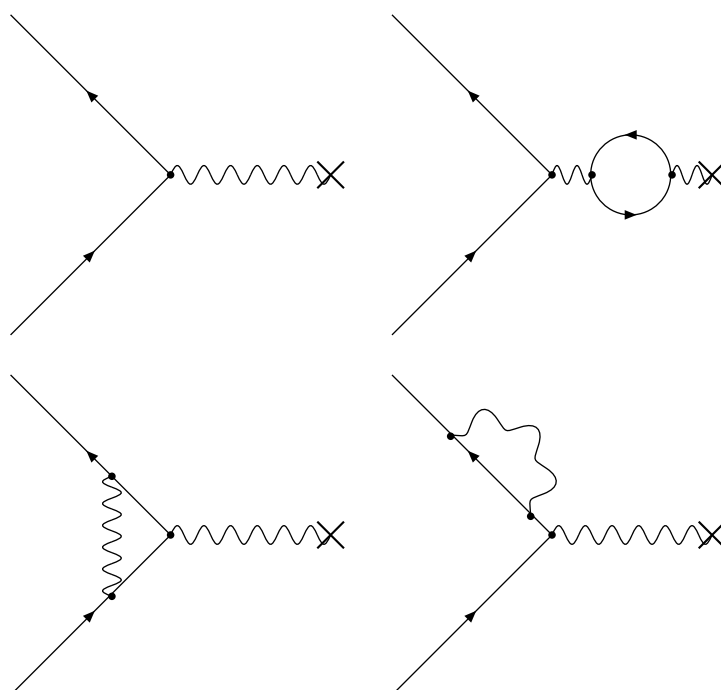
2.1.7 Anomales magnetisches Moment

Ein Elektron in einem äußeren elektromagnetischen Feld hat laut der Dirac-Gleichung das magnetische Moment

$$\frac{e\hbar}{2m_0c} \cdot$$

Nun ergaben jedoch genaue Messungen von Isidor Rabi für das magnetische Moment leicht abweichende Werte, die man nicht mit der damaligen Theorie erklären konnte.

Der erste Graph ist der einzige Beitrag zur Ordnung ε . Die Wellenlinie mit dem Kreuz symbolisiert das äußere Feld, das mit dem Elektron wechselwirkt. Nun weicht das magnetische Moment des Elektrons von den klassischen Berechnungen ab, da es mit seinem eigenen Strahlungsfeld wechselwirkt. Die drei anderen Graphen der Ordnung $\varepsilon \cdot \varepsilon^2$ stellen diese Möglichkeiten dar.



Berechnungen auf dem Niveau der Ordnung $\varepsilon \cdot \varepsilon^4$ haben mit dem Wert

$$\delta\mu = \left(\frac{\alpha}{2\pi} - 0,328 \frac{\alpha^2}{\pi^2} \right) \frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m \cdot c} = 1,1596 \cdot 10^{-3} \frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m_0 \cdot c}$$

hervorragende Übereinstimmung gegenüber dem experimentell gemessenen

$$\delta\mu = (1,1609 \pm 0,0024) \cdot 10^{-3} \frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m_0 \cdot c}$$

erzieht. Das Symbol α symbolisiert die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante.[8]

Schlussbemerkungen

Diese Fachbereichsarbeit wurde mit $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$ auf Debian GNU/Linux 3.1 geschrieben. Für die Feynman-Diagramme wurde das Makro-Paket axodraw⁶ mit dem Java-basierten Frontend JaxoDraw⁷ verwendet.

Herzlichen Dank an Lukas Theussl⁸, der großartige Hilfe bei der Behebung einiger Fehler im Zusammenhang mit Java und JaxoDraw geleistet hat, wie auch an Prof. Binder für die Unterstützung beim Schreiben der Arbeit.

⁶<http://www.nikhef.nl/~t68/axodraw/>

⁷<http://dx.doi.org/10.1016/j.cpc.2004.05.001>

⁸<http://www.triumf.ca/people/theussl/>

Anhang A

Teilchenarten

Seit es die Elementarteilchenphysik gibt, sucht man nach einem System die gefundenen Elementarteilchen einzuteilen. Da das Paulische Ausschließungsprinzip schon eine Einteilung in Teilchen vornahm – nämlich in jene, die der Pauli-Dirac-Statistik gehorchten und jene, die der Bose-Einstein-Statistik gehorchten – war der logische Schritt diese grundlegende Einteilung zu übernehmen, also die Teilchen in solche mit halbzahligem Spin und solche mit ganzzahligem Spin einzuteilen. Man nennt diejenigen, mit halbzahligem Spin *Fermionen* und die mit ganzzahligem Spin *Bosonen*.

Fermionen sind die Elementarteilchen, aus denen Materie aufgebaut wird, sie werden in *Leptonen* und *Quarks* aufgeteilt. Diese Einteilung beruht darauf, dass Quarks stark wechselwirken, aber Leptonen nicht. Alle Fermionen werden in drei Generationen, grob nach ihrer Masse, geteilt. Die erste Generation ist die leichteste, während die dritte die schwerste ist. Diese Einteilung wird in Tabelle A.1 dargestellt.

Einteilung der Fermionen		
<i>1. Generation</i>	<i>2. Generation</i>	<i>3. Generation</i>
Leptonen		
ν_e	ν_μ	ν_τ
e^-	μ^-	τ^-
Quarks		
up	charm	top
down	strange	bottom

Tabelle A.1: **Einteilung der Fermionen** im Standardmodell der Teilchenphysik

Bosonen sind Teilchen die die elementaren Wechselwirkungen vermitteln, sie werden deshalb auch nach der Wechselwirkung, die sie vermitteln eingeteilt. Dies wird in Tabelle A.2 zusammen mit einigen Eigenschaften dieser Teilchen dargestellt.

Bosonen gehorchen der Bose-Einstein-Statistik, also können unendlich viele Bosonen auf kleinstem Raum den selben Quantenzustand einnehmen.

Einteilung der Bosonen			
<i>Teilchen</i>	<i>Wechselwirkung</i>	<i>koppelt an</i>	<i>Spin</i>
Photon	elektromagnetisch	elektrische Ladung	1
Gluon	stark	Farbladung	1
W^{+-} , W^{-} und Z^0 -Bosonen	schwach	schwache Ladung	1
Graviton ¹	Gravitation	Masse	2

Tabelle A.2: **Einteilung der Bosonen** im Standardmodell der Teilchenphysik

¹Das Graviton ist noch nicht beobachtet worden, wird jedoch von der String-Theorie mit Spin 2 als Träger der Gravitation vorhergesagt.

Literaturverzeichnis

- [1] Close, Frank; Marten, Michael; Sutton, Christine: Spurensuche im Teilchenzoo: die elementaren Bausteine der Materie. Heidelberg 1989; Spektrum-der-Wissenschaft-Verlagsgesellschaft
- [2] Feynman, Richard P.: QED - The Strange Theory Of Light and Matter. Princeton, New Jersey 1988; Princeton University Press
- [3] Feynman, Richard P.; Leighton, Ralph; Sands, Matthew: The Feynman Lectures On Physics Vol. I. Reading, Massachusetts 1977; Addison-Wesley
- [4] Feynman, Richard P.; Leighton, Ralph; Sands, Matthew: The Feynman Lectures On Physics Vol. II. Reading, Massachusetts 1977; Addison-Wesley
- [5] Feynman, Richard P.; Leighton, Ralph; Sands, Matthew: The Feynman Lectures On Physics Vol. III. Reading, Massachusetts 1977; Addison-Wesley
- [6] Feynman Richard P.: Quantenelektrodynamik – Eine Vorlesungsmitschrift. München; Wien 1997; Oldenbourg
- [7] Ford, Kenneth W.: Die Welt der Elementarteilchen. Heidelberg 1966; Springer-Verlag

- [8] Franke, Hermann: dtv-Lexikon der Physik, Band 7. Stuttgart 1969;
Deutscher Taschenbuch Verlag
- [9] Greene, Brian: The Elegant Universe: Superstrings, Hidden
Dimensions, and the Quest for the Ultimate Theory. London 2000;
Vintage
- [10] Gribbin, John: In Search Of Schrödinger's Cat. Baskerville 1991; Black
Swan
- [11] Gribbin, John: Schrödinger's Kittens. London 1996; Phoenix
- [12] Gribbin, John; Gribbin Mary: Richard Feynman – Die Biographie
eines Genies. München 2000; Piper
- [13] Kragh, Helge: Quantum Generations - A History Of Physics In The
Twentieth Century. Princeton, New Jersey 1999; Princeton University
Press
- [14] Ledermann, Leon M.; Schramm, David N.: Vom Quark zum Kosmos:
Teilchenphysik als Schlüssel zum Universum. Heidelberg 1990;
Spektrum-der-Wissenschaft-Verlagsgesellschaft
- [15] Mayer-Kuckuk, T.: Atomphysik: eine Einführung. Stuttgart 1997;
Teubner
- [16] Mayer-Kuckuk, T.: Kernphysik: eine Einführung. Stuttgart 1992;
Teubner
- [17] Müller-Krumbhaar, H.; Wagner, H.-F.: ...und Er würfelt doch!. Berlin
2001; WILEY-VCH Verlag

- [18] Pietschmann, Herbert: Quantenmechanik verstehen. Berlin Heidelberg 2003; Springer
- [19] Rabady, Dinyar: Facharbeit über Teilchenphysik (Wahlpflichtfach 6. Klasse)
- [20] Schweber, Silvan S.: QED and the men who made it: Dyson, Feynman, Schwinger, and Tomonaga. Princeton, New Jersey 1994; Princeton University Press
- [21] Treichel, Michael: Teilchenphysik und Kosmologie: Eine Einführung in Grundlagen und Zusammenhänge. Heidelberg 2000; Springer-Verlag
- [22] Weinberg, Steven: The Quantum Theory of Fields I. University of Texas at Austin 1995; Cambridge University Press
- [23] Zeilinger, Anton: Einsteins Schleier. München 2003; C. H. Beck
- [24] <http://de.wikipedia.org/wiki/Quantenelektrodynamik>, am 14.10.2004
- [25] <http://de.wikipedia.org/wiki/Quantenfeldtheorie>, am 14.10.2004
- [26] <http://de.wikipedia.org/wiki/Feynmandiagramm>, am 14.10.2004
- [27] <http://www.roentgen-museum.de/roentgen/wissenschaft/physik/elektrodynamik>, am 14.10.2004
- [28] http://www.didaktik.physik.uni-erlangen.de/grundl_d_tph/msm_titel.html, am 14.10.2004
- [29] <http://www-nuclear.tau.ac.il/~murraym/skript/index.html>, am 14.10.2004

- [30] <http://www.marcus-haas.de/Wissenschaft/theorie/elektron.html>, am 14.10.2004
- [31] <http://hpfrs6.physik.uni-freiburg.de/opal/fpII/e213main.html>, am 14.10.2004
- [32] <http://www.bgwaidhofen-thaya.ac.at/pershome/mdangl/Physik-7A/Elektromagnetismus/index.html>, am 15.10.2004
- [33] http://de.wikipedia.org/wiki/Maxwellsche_Gleichungen, am 15.10.2004
- [34] <http://encyclopedia.thefreedictionary.com/Quantum%20field%20theory>, am 15.10.2004
- [35] <http://www.zdf.de/ZDFde/inhalt/20/0,1872,2195444,00.html>, am 30.10.2004
- [36] <http://www.krref.krefeld.schulen.net/referate/physik/r0459t00.htm>, am 30.10.2004
- [37] <http://de.wikipedia.org/wiki/Magnetismus>, am 30.10.2004
- [38] <http://de.wikipedia.org/wiki/Elektrizitat>, am 30.10.2004
- [39] http://de.wikipedia.org/wiki/Benjamin_Franklin, am 31.10.2004
- [40] <http://www.zdf.de/ZDFde/inhalt/27/0,1872,2195419,00.html>, am 31.10.2004
- [41] <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Ampere.html>, am 31.10.2004
- [42] http://en.wikipedia.org/wiki/Andre_Marie_Ampere, am 31.10.2004

- [43] http://de.wikipedia.org/wiki/Andre_Marie_Ampere, am 31.10.2004
- [44] <http://de.wikipedia.org/wiki/Faraday>, am 31.10.2004
- [45] http://en.wikipedia.org/wiki/James_Clerk_Maxwell, am 31.10.2004
- [46] <http://www.chemie.uni-bremen.de/stohrer/biograph/maxwell.htm>, am 1.11.2004
- [47] <http://www.ieap.uni-kiel.de/plasma/ag-piel/vorl/kap39/kap39a.html>, am 1.11.2004
- [48] http://en.wikipedia.org/wiki/Maxwell's_equations, am 1.11.2004
- [49] <http://fam-pape.de/raw/ralph/studium/teilchenphysik/>, am 14.11.2004
- [50] <http://de.wikipedia.org/wiki/Schwerpunktsystem>, am 23.11.2004
- [51] http://de.wikipedia.org/wiki/Schwache_Wechselwirkung, am 27.11.2004
- [52] <http://de.wikipedia.org/wiki/Eichboson>, am 27.11.2004
- [53] http://de.wikipedia.org/wiki/Elektroschwache_Wechselwirkung, am 27.11.2004
- [54] <http://de.wikipedia.org/wiki/QCD>, am 27.11.2004
- [55] <http://de.wikipedia.org/wiki/Stringtheorie>, am 27.11.2004
- [56] <http://de.wikipedia.org/wiki/Loop-Quantengravitation>, am 27.11.2004
- [57] <http://de.wikipedia.org/wiki/Confinement>, am 28.11.2004
- [58] [http://de.wikipedia.org/wiki/Ladung_\(Physik\)](http://de.wikipedia.org/wiki/Ladung_(Physik)), am 29.11.2004

- [59] <http://www.lsw.uni-heidelberg.de/users/amueller/lexdt.html>, am 5.12.2004
- [60] <http://www.bgwaidhofen-thaya.ac.at/pershome/mbinder/>, am 5.12.2004
- [61] <http://nobelprize.org/physics/laureates/1965/feynman-lecture.html>, am 8.12.2004
- [62] <http://en.wikipedia.org/wiki/Lagrangian>, am 12.12.2004
- [63] http://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_electrodynamics, am 12.12.2004
- [64] <http://scienceworld.wolfram.com/physics/LambShift.html>, am 12.12.2004
- [65] <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/quantum/lamb.html>, am 12.12.2004
- [66] <http://de.wikipedia.org/wiki/Schrödingergleichung>, am 13.12.2004
- [67] http://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger_equation, am 13.12.2004
- [68] <http://de.wikipedia.org/wiki/Dirac-Gleichung>, am 14.12.2004
- [69] http://en.wikipedia.org/wiki/Dirac_equation, am 14.12.2004
- [70] <http://de.wikipedia.org/wiki/Dirac-Theorie>, am 14.12.2004
- [71] <http://de.wikipedia.org/wiki/Klein-Gordon-Gleichung>, am 14.12.2004
- [72] http://en.wikipedia.org/wiki/Klein-Gordon_equation, am 14.12.2004
- [73] <http://de.wikipedia.org/wiki/Compton-Effekt>, am 18.12.2004

- [74] <http://de.wikipedia.org/wiki/Photoeffekt>, am 18.12.2004
- [75] http://en.wikipedia.org/wiki/Compton_effect, am 18.12.2004
- [76] http://en.wikipedia.org/wiki/Photoelectric_effect, am 18.12.2004
- [77] <http://www.maphi.de/physik/compton.html>, am 19.12.2004
- [78] http://www.schule-bw.de/unterricht/faecher/physik/online_material/atomphysik/comptond.htm, am 19.12.2004
- [79] http://www.techfak.uni-kiel.de/matwis/amat/mw1_ge/kap_2/advanced/t2_1_5.html, am 19.12.2004
- [80] <http://de.wikipedia.org/wiki/Lambverschiebung>, am 26.12.2004
- [81] http://en.wikipedia.org/wiki/Lamb_shift, am 26.12.2004
- [82] http://de.wikipedia.org/wiki/Schwarzer_Körper, am 26.12.2004
- [83] http://en.wikipedia.org/wiki/Black_body, am 26.12.2004
- [84] <http://opal.physik.uni-bonn.de/mkobel/unischule/index.htm>, am 27.12.2004
- [85] <http://de.wikipedia.org/wiki/Unschärferelation>, am 4.1.2005
- [86] <http://www.ap.univie.ac.at/users/fe/SRT/Geometrie.html>, am 5.1.2005
- [87] <http://wwwex.physik.uni-ulm.de/lehre/physing1/folien/Folien2002-01-09.pdf>, am 24.1.2005

- [88] http://de.wikipedia.org/wiki/Elektromagnetische_Strahlung, am 6.2.2005
- [89] <http://pluslucis.univie.ac.at/FBA/FBA99/Abart/>, am 8.2.2005
- [90] <http://de.wikipedia.org/wiki/Wirkungsquerschnitt>, am 12.2.2005
- [91] <http://www.dpg-fachgremien.de/p/informationen-dateien/plasmaphysiker/thomson.html>, am 12.2.2005